

GENERALITĂȚI PRIVIND MAȘINILE ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

O mașină electrică de curent alternativ este o mașină de forță care transformă energia mecanică în energie electrică - *generator electric*, sau energia electrică în energie mecanică - *motor electric*. Mașinile electrice sunt *reversibile*, adică aceeași construcție poate funcționa atât în regim de motor cât și în regim de generator.

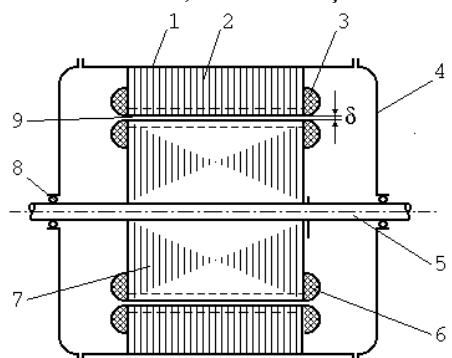


Fig. 4.1. Schema de principiu la o mașină de curent alternativ – secțiune transversală.

mul de funcționare (motor sau generator)

Din punct de vedere electric o mașină cuprinde două categorii de înfășurări: una inductoare, care produce câmpul magnetic inductor și alta indusă, în care se induc tensiuni electromotoare.

O mașină electrică are ca parte principală constructivă, un circuit magnetic, format din două miezuri feromagnetice, de obicei cu înfășurări, separate printr-un întrefier, aer, cu grosimi de zecimi de milimetru sau mai mult. Pentru a reduce pierderile prin curenți turbionari, circuitul magnetic, traversat de fluxul magnetic variabil în timp, este confecționat din tole de fier cu până la 5 % siliciu. Principalele elemente constructive ale unei mașini electrice sunt prezentate în figura 4.1: 1 - carcasă, 2 - miez feromagnetic statoric (stator), 3 - înfășurare statorică, 4 - scut de susținere și protecție, 5 - ax (arbore), 6 - înfășurare rotorică, 7 - miez feromagnetic rotoric, 8 - lagăr, 9 - întrefierul δ stator - rotor.

Funcționarea mașinilor electrice de curent alternativ se bazează pe fenomenul inducției electromagnetice și al apariției forței electromagnetice, fenomene ce se manifestă simultan, indiferent de regi-

4.1. CÂMPUL MAGNETIC CREAT DE ÎNFAȘURĂRILE MAȘINILOR DE CURENT ALTERNATIV

4.1.1. CÂMPUL MAGNETIC ALTERNATIV CREAT DE O ÎNFAȘURARE MONOFAZATĂ

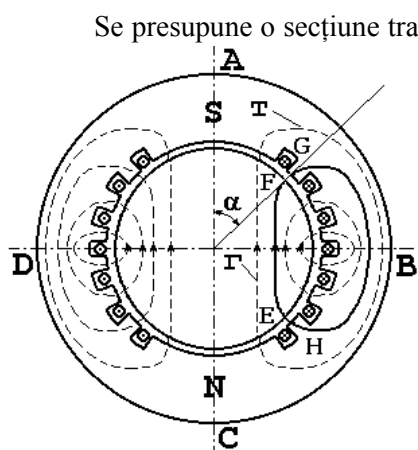


Fig. 4.2. Spectrul liniilor câmpului magnetic la o mașină bipolară.

Se presupune o secțiune transversală printr-o mașină electrică care posedă pe stator o înfășurare monofazată, constituită din mai multe spire înseriate, introduse în creștături longitudinale practicate pe partea interioară a miezului cilindric statoric (Fig. 4.2). Fiecărui conductor, plasat în partea dreaptă a figurii, parcurs de curentul i cu sensul - cruce (de la privitor spre planul figurii), îi corespunde un conductor din partea stângă a figurii, în care curentul are sens contrar - punct.

Curenții care parcurg conductoarele înfășurării figurate, crează un câmp magnetic ale cărui linii de câmp se închid pe traseele desenate cu linie întreruptă. Statorul, împreună cu înfășurarea, se poate asimila cu un electromagnet având polaritatea N-S, indicată în figura 4.2. Liniile de câmp care traversează întrefierul au direcție radială în orice punct de pe periferie, în schimb intensitatea câmpului magnetic H diferă în punctele de pe periferie, deci depinde de unghiul α , considerat în raport cu axa CA. Pentru a deduce variația intensității H , a câmpului, cu unghiul α , se

va considera traseul închis T și se va aplica legea circuitului magnetic tubului de flux având linia medie Γ .

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = N(\alpha) i, \quad (4.1)$$

unde $N(\alpha)$, este numărul de conductoare în lanțuite de traseul închis Γ , care evident, depinde de unghiul α ; ($N = 3$). Integrala din membrul stâng se descompune în sume de integrale pe porțiunile deschise EF, FG, GH, HE, care sunt tocmai tensiunile magnetice între punctele respective. Se obține:

$$\int_E^F \vec{H} d\vec{l} + \int_F^G \vec{H} d\vec{l} + \int_G^H \vec{H} d\vec{l} + \int_H^E \vec{H} d\vec{l} = N(\alpha) i. \quad (4.2.)$$

Făcând notațiile:

$$\int_E^F \vec{H} d\vec{l} \approx \int_E^H \vec{H} d\vec{l} = V_{mFe}; \quad \int_F^G \vec{H} d\vec{l} = \int_H^E \vec{H} d\vec{l} = V_{m\delta}, \quad (4.3)$$

unde V_{mFe} și $V_{m\delta}$ sunt tensiunile magnetice în porțiunile de fier, respectiv în întrefier, rezultă:

$$2 V_{mFe} + 2 V_{m\delta} = 2 \mathfrak{R}_{mFe} \Phi + 2 \mathfrak{R}_{m\delta} \Phi = N(\alpha) i, \quad (4.4)$$

unde \mathfrak{R}_{mFe} și $\mathfrak{R}_{m\delta}$ sunt reluctanțele magnetice ale tubului de flux elementar, prin fier, respectiv prin întrefier, adică :

$$\mathfrak{R}_{mFe} = \frac{l_{Fe}}{\mu_{Fe} S_t}, \quad \mathfrak{R}_{m\delta} = \frac{l_{\delta}}{\mu_{\delta} S_t}. \quad (4.5)$$

Întrucât: $\mu_{Fe} \gg \mu_{\delta}$, rezultă:

$$\mathfrak{R}_{mFe} \approx 0, \quad (4.6)$$

iar relația (4.4), devine:

$$2 V_{m\delta} = 2 \mathfrak{R}_{m\delta} \Phi \approx N(\alpha) i. \quad (4.7)$$

Așadar, tensiunea magnetică în întrefier V_m , fluxul elementar Φ și inducția magnetică în întrefier, $B_{\delta} = \Phi/S_t$, depind de numărul de conductoare în lanțuite de traseul Γ , deci de unghiul α .

Desfășrând în plan suprafețele cilindrice, considerând axa OA ca origine, tensiunea magnetică în întrefier are variația din figura 4.3.

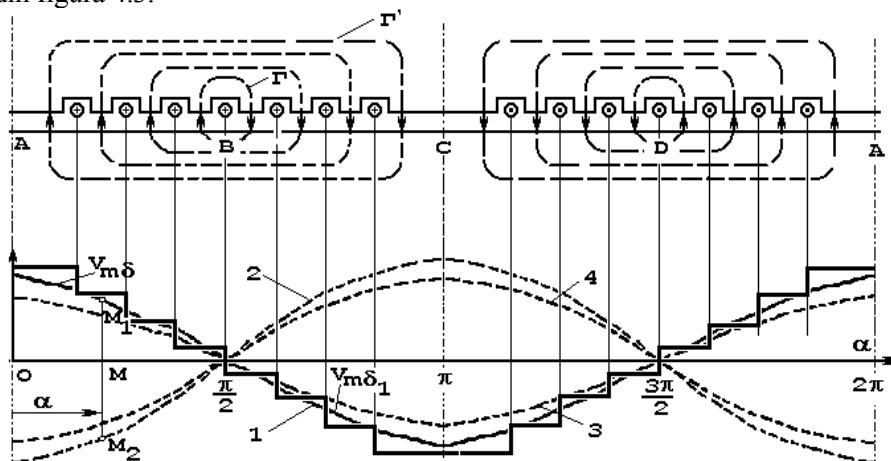


Fig. 4.3. Reprezentarea grafică liniară pentru câmpul magnetic alternativ.

Dacă se presupune traseul Γ , în jurul punctului B din întrefier, care nu înconjoară nici un conductor, atunci $V_m = 0$ ($N = 0$). Când traseul tubului de flux este Γ_1 , toate conductoarele sunt în lanțuite, $N(\alpha) = N_{max}$, deci în întrefierul din dreptul punctelor A și C tensiunea magnetică este maximă. Din figura 4.3 se mai observă că în întrefierul cuprins între punctele A - B și D - A liniile câmpului magnetic intră în rotor către stator (zona polului nord), iar între punctele B - C și C - D, liniile de câmp sunt de sens contrar (zona polului sud).

Așadar, tensiunea magnetică în întrefier se prezintă printr-o dependență în trepte de unghiul α , care se descompune într-o serie Fourier, a cărei fundamentală, curba 1 din figura 4.3, are expresia :

$$V_{m\delta_1} = V_{m\delta_{max}} \cos \alpha. \quad (4.8)$$

Aceeași lege de variație cu unghiul α este valabilă și pentru fluxul magnetic, inducția magnetică în întrefier precum și pentru intensitatea câmpului magnetic h , adică:

$$h = H_m \cos \alpha = K i \cos \alpha, \quad (4.9)$$

întrucât h este proporțional cu intensitatea curentului i , care îl produce.

Dacă se inversează sensul curentului i , adică conductoarele din partea dreaptă a figurii 4.2 sunt parcurse de un curent cu sensul - punct și cele din partea stângă cu sensul - cruce, atunci câmpul magnetic își va modi-

fica sensul în fiecare din punctele întrefierului și în locul polului nord se va obține un pol sud și invers, adică tensiunea magnetică va avea variația dată de curba 2 din figura 4.3.

Presupunând că înfășurarea monofazată este alimentată cu un curent sinusoidal,

$$i = I_m \sin \omega t, \quad (4.10)$$

atunci câmpul magnetic h are expresia:

$$h = K I_m \sin \omega t \cos \alpha, \quad (4.11)$$

adică o undă staționară având nodurile în punctele $\alpha = \pi/2$ și $\alpha = 3\pi/2$, iar ventrele în $\alpha = 0$ și π .

Pentru un punct oarecare M , astfel încât $OM = \alpha_1$, tensiunea magnetică va varia de la valoarea MM_1 , când $\alpha = \pi/2$ la valoarea MM_2 , când $\alpha = 3\pi/2$. La momentul $t = 0$ ($\omega t = 0$), tensiunea este nulă în toate punctele întrefierului ($i = 0$). Prin curbele 3 și 4 s-au reprezentat variațiile tensiunii magnetice în raport cu unghiul α pentru cazurile: $\omega = \pi/6$, respectiv $\omega t = 4\pi/3$. Pentru un moment t , oarecare, dependența tensiunii magnetice de unghiul α va fi situată între curba 1 și curba 2.

Cazul analizat mai sus reprezintă o mașină cu o pereche de poli, adică posedă pe stator un mănunchi de conductoare *de ducere*, parcurse de curenți într-un sens, iar diametral opus, un mănunchi de conductoare *de întoarcere* parcurse de curenți de sens contrar. În acest caz câmpul magnetic în întrefier prezintă un pol magnetic nord și unul sud, mașina numindu-se bipolară.

În cazul mai general, al mașinilor cu mai multe perechi de poli, pe periferia statorului există mănunchiuri alternative de ducere și întoarcere, situate echidistant. În figura 4.4 se reprezintă o mașină cu două perechi de poli, caz în care înfășurările statorice au mănunchiurile de ducere decalate în spațiu, față de cele de întoarcere cu unghi de $\pi/p = \pi/2$ rad.

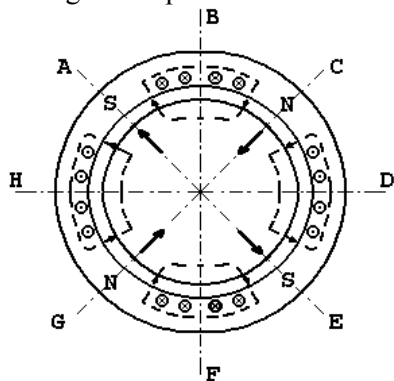


Fig. 4.4. Spectrul liniilor câmpului magnetic la o mașină tetrapolară.

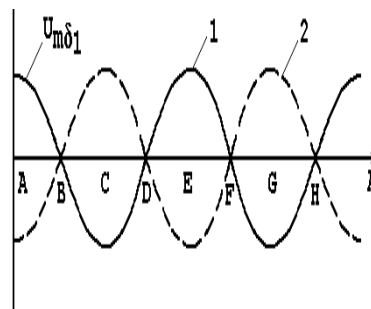


Fig. 4.5. Tensiunea magnetică în întrefier la o înfășurare monofazată.

În cazul general, pentru o mașină cu p perechi de poli, pe periferia statorului sunt p zone de conductoare parcurse într-un sens, alternând cu p zone de conductoare parcurse de curenți având sensuri contrare. În acest caz pe periferia statorului se realizează p poli nord și p poli sud, iar intensitatea câmpului magnetic variază cu unghiul α după legea:

$$h = H_m \cos p\alpha. \quad (4.12)$$

În figura 4.5 s-a reprezentat prin curba 1 tensiunea magnetică în întrefier, $V_{m\delta} = f(\alpha)$ pentru sensurile curenților indicați în figura 4.4. Dacă se inversează sensurile curenților prin conductoare, atunci tensiunea magnetică se reprezintă prin curba 2.

În cazul mașinii cu p perechi de poli, alimentată de curenți sinusoidalii (4.10), intensitatea câmpului magnetic într-un punct al întrefierului, caracterizat prin coordonata unghiulară, la un moment dat t , este:

$$h = K I_m \sin \omega t \cos p\alpha = H_m \sin \omega t \cos p\alpha. \quad (4.13)$$

S-a obținut deci, expresia câmpului magnetic creat de o înfășurare monofazată, multipolară, care este o undă staționară variabilă în timp (t) și în spațiu (α).

4.1.2. CÂMPUL MAGNETIC ÎNVÂRTITOR CREAT DE O ÎNFĂȘURARE TRIFAZATĂ

În figura 4.6 se reprezintă o mașină electrică având pe stator o înfășurare trifazată, adică trei înfășurări monofazate decalate între ele cu unghiul spațial $2\pi/3$ radiani.

O înfășurare monofazată are mănunchiul de conductoare de ducere în zona notată A, iar cele de întoarcere în zona X, cea de-a doua înfășurare are mănunchiul de ducere în zona B, iar cel de întoarcere în Y și în sfârșit, a treia înfășurare are mănunchiul de ducere în C și de întoarcere în Z.

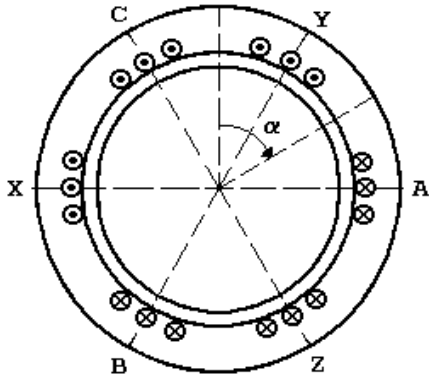


Fig. 4.6. Înfășurarea mașinii trifazate bipolare.

În cazul unei mașini având înfășurarea trifazată multipolară între mănunchiurile de ducere și cele de în-toarcere ale aceleiași înfășurări există aproximativ un unghi de π/p rad., iar unghiul dintre două înfășurări monofazate este de $2\pi/3p$ rad.

Dacă cele trei înfășurări monofazate se alimentează de la un sistem trifazat simetric de curenți, adică:

$$i_A = I_m \sin \omega t; \quad i_B = I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad i_C = I_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right), \quad (4.14)$$

atunci într-un punct oarecare din întrefier, caracterizat prin unghiul α , se crează un câmp magnetic rezultat, obținut prin suprapunerea câmpurilor magnetice produse de fiecare din cele trei înfășurări luate separat, deci:

$$h_{rez} = h_A + h_B + h_C, \quad (4.15)$$

unde:

$$h_A = K i_A \cos p \alpha; \quad h_B = K i_B \cos \left(p \alpha - \frac{2\pi}{3} \right); \quad h_C = K i_C \cos \left(p \alpha - \frac{4\pi}{3} \right). \quad (4.16)$$

S-au utilizat relațiile (4.9), (4.12) și s-a ținut seama că înfășurarea B - Y este decalată cu $2\pi/3p$ radiani față de A - X, iar C - Z este decalată cu $2\pi/3p$ rad față de B - Y, respectiv cu $4\pi/3p$ rad. Față de faza A - X.

Introducând (4.14) în (4.16), relația (4.15) devine:

$$h_{rez} = \frac{k I_m}{2} \left[3 \sin(\omega t - p \alpha) + \sin(\omega t + p \alpha) + \sin \left(\omega t + p \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t + p \alpha - \frac{4\pi}{3} \right) \right], \quad (4.17)$$

unde s-a folosit identitatea trigonometrică:

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]. \quad (4.18)$$

Cu notația:

$$k I_m = H_m, \quad (4.19)$$

și ținând seama că:

$$\sin(\omega t + p \alpha) + \sin \left(\omega t + p \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t + p \alpha - \frac{4\pi}{3} \right) = 0, \quad (4.20)$$

relația (4.17) devine:

$$h_{rez} = \frac{3}{2} H_m \sin(\omega t - p \alpha). \quad (4.21)$$

Așadar, câmpul magnetic rezultat are amplitudinea $3H_m/2 = ct.$, iar faza este variabilă, depinzând de α și t . Câmpul magnetic rezultat este egal cu valoarea sa maximă dacă se îndeplinește condiția:

$$\sin(\omega t - p \alpha) = 1, \quad \text{deci } \omega t - p \alpha = \pi/2. \quad (4.22)$$

Dacă se derivează această relație în raport cu timpul se obține expresia vitezei unghiulare cu care se deplasează amplitudinea maximă a câmpului:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega}{p}. \quad (4.23)$$

Dar derivata este viteza unghiulară Ω_1 dată de relația:

$$\Omega_1 = \omega / p. \quad (4.24)$$

Așadar, dacă la un moment dat câmpul rezultat are valoare maximă într-un punct din întrefier, aceeași valoare maximă se va regăsi și în punctele întrefierului care îndeplinesc condiția (4.23) sau (4.24).

Altfel spus, valoarea maximă a câmpului rezultat se deplasează cu o viteză dată de (4.24), numită *viteză de sincronism*, iar câmpul magnetic rezultat este un *câmp învîrtitor*, având forma unei unde cu poli alternativi nord-sud care se deplasează în întrefier cu viteză constantă.

În figura 4.7. s-a reprezentat o undă de câmp învîrtitor, creat de o înfășurare trifazată, având $p = 4$ perechi de 2 poli. Acest câmp învîrtitor este echivalent cu o coroană de electromagneți având pe periferie 4 poli nord ce alternează cu 4 poli sud, întreaga coroană fiind rotită cu viteza unghiulară $\Omega_1 = \omega/4$.

În cazul mașinii trifazate alimentate de la un sistem trifazat simetric de curenți, deși înfășurările situate pe stator, sunt imobile, în întrefierul mașinii apare un câmp magnetic care se rotește cu viteza de sincronism, cu valoarea:

$$\Omega_1 = \omega / p = 2\pi f_1 / p \text{ [rad/s]}, \quad (4.25)$$

care exprimată în rot/min (n_1) devine:

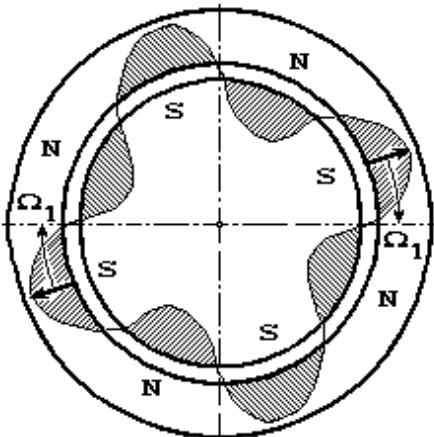


Fig. 4.7. Reprezentarea câmpului magnetic învîrtitor.

$$\Omega_1 = 2 \pi n_1 / 60, \text{ deci } n_1 = 60 f_1 / p . \quad (4.26)$$

Pentru $p = 1, 2, 3, \dots$ valorile vitezei de sincronism sunt: 3000, 1500, 1000, .. rot/min, la frecvența industrială $f_1 = 50$ Hz și se folosesc frecvent în practică.

Observație. Dacă se inversează curenții prin două faze ale înfășurării trifazate, adică în relația (4.14) se modifică între ele expresiile curenților, de exemplu i_B cu i_C , expresia câmpului magnetic rezultant h_{rez} este:

$$h_{rez} = \frac{2}{3} H_m \sin(\omega t + p \alpha) , \quad (4.27)$$

iar viteza de rotație a acestui câmp devine:

$$\Omega_1 = - \omega_1 / p , \quad (4.28)$$

adică de semn contrar față de valoarea dată de relația 4.24.

Așadar, prin schimbarea conexiunilor la rețea între două faze ale înfășurării trifazate se inversează sensul de rotație a câmpului magnetic învârtitor, deci se schimbă sensul de rotație al rotorului.

4.1.3. CÂMPUL MAGNETIC ELIPTIC

Câmpul magnetic eliptic se obține în întrefierul unei mașini electrice de curent alternativ prin compunerea a două câmpuri rotitoare de amplitudini diferite ce se rotesc cu aceeași viteză în sensuri contrare sau prin sumarea a două sau mai multor câmpuri alternative de amplitudini diferite [12].

Se consideră că prin intermediul a două înfășurări monofazate se produc în întrefierul unei mașini două câmpuri alternative, cu amplitudini maxime diferite H_1 și H_2 , variabile sinusoidal în timp: $H_1 \sin(\omega_1 t)$ și $H_2 \sin(\omega_1 t - \varphi)$, orientate diferit astfel că unghiul electric dintre direcțiile amplitudinilor este γ .

Se utilizează teorema lui M. Leblanc cu care se demonstrează că orice câmp alternativ poate fi descompus în două câmpuri circulare rotitoare cu amplitudinea egală cu jumătatea amplitudinii câmpului pulsator și care se rotesc cu aceeași viteză ω_1/p în sensuri contrare. Conform relației (4.13) câmpul alternativ poate fi pus sub forma :

$$h = H_m \sin \omega_1 t \cos p \alpha = \frac{H_m}{2} [\sin(\omega_1 t + p \alpha) + \sin(\omega_1 t - p \alpha)] . \quad (4.29)$$

Cele două câmpuri alternative, exprimate prin intermediul componen-telor lor circulare H_1' , H_1'' și H_2' , H_2'' , raportate la axa primului câmp alternativ se scriu simbolic astfel:

$$\underline{H}_1' = \frac{H_1}{2} e^{j\omega_1 t}; \quad \underline{H}_1'' = \frac{H_1}{2} e^{-j\omega_1 t}; \quad \underline{H}_2' = \frac{H_2}{2} e^{j(\omega_1 t - \varphi - \gamma)}; \quad \underline{H}_2'' = \frac{H_2}{2} e^{-j(\omega_1 t - \varphi + \gamma)} , \quad (4.30)$$

unde componentele rotitoare directe se notează cu ('), iar cele rotitoare inverse cu ('').

Prin sumarea câmpurilor directe și inverse se obțin două câmpuri circulare \underline{H}_I și \underline{H}_{II} rotitoare în sensuri opuse:

$$\underline{H}_I = \left[\frac{H_1}{2} + \frac{H_2}{2} e^{-j(\varphi + \gamma)} \right] e^{j\omega_1 t}; \quad \underline{H}_{II} = \left[\frac{H_1}{2} + \frac{H_2}{2} e^{j(\varphi - \gamma)} \right] e^{-j\omega_1 t} . \quad (4.31)$$

În general amplitudinile H_I și H_{II} nu sunt egale. Pentru a obține un singur câmp învârtitor, de exemplu cel direct, trebuie ca:

$$H_I + H_{II} e^{j(\varphi - \gamma)} = 0 , \quad (4.32)$$

din care rezultă:

$$H_1 = H_2; \quad \gamma = \varphi \pm \pi . \quad (4.33)$$

Se poate obține în întrefierul mașinii un câmp magnetic alternativ, dacă $H_I = H_{II}$ deci :

$$\cos(\gamma + \varphi) = \cos(\varphi - \gamma) . \quad (4.34)$$

Se consideră două câmpuri circulare de amplitudini diferite ce se rotesc în sensuri contrare:

$$\underline{H}_1 = H_1 e^{j\omega_1 t}; \quad \underline{H}_2 = H_2 e^{-j\omega_1 t} . \quad (4.35)$$

Câmpul magnetic rezultant $\underline{H} = \underline{H}_1 + \underline{H}_2$ este reprezentat în figura 4.8 în planul complex și re coordonatele:

$$x = (H_1 + H_2) \cos \omega_1 t ; \quad y = (H_1 - H_2) \sin \omega_1 t . \quad (4.36)$$

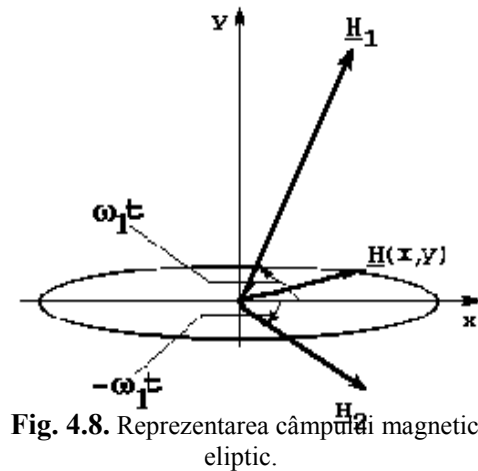


Fig. 4.8. Reprezentarea câmpului magnetic eliptic.

Prin eliminarea timpului din cele două relații se obține e-cuația unei elipse cu semiaxa mare egală cu suma amplitudinilor celor două câmpuri circulare, iar semiaxa mică egală cu diferența lor. După curba loc geometric, un astfel de câmp se numește *câmp eliptic* și este descris analitic de următoarea ecuație:

$$\frac{x^2}{(H_1 + H_2)^2} + \frac{y^2}{(H_1 - H_2)^2} = 1 . \quad (4.37)$$

Amplitudinea \underline{H} a câmpului magnetic rezultant se rotește în sensul componenteii mai mari cu o viteză unghiulară care depinde de timp, satisfăcând legea arilor lui Kepler. Expresia lui \underline{H} se poate pune sub forma :

$$\underline{H} = H_1 (e^{j\omega_1 t} + e^{-j\omega_1 t}) + (H_2 - H_1) e^{-j\omega_1 t} , \quad (4.38)$$

din care rezultă că un câmp eliptic poate fi considerat compus dintr-un câmp magnetic circular și un câmp alternativ.

Dacă cele două câmpuri alternative, considerate inițial, nu variază sinusoidal în timp, dar au o repartiție sinusoidală de-a lungul unui pas polar, se obține un câmp rezultant a cărui amplitudine descrie în planul complex o curbă oarecare închisă, iar deplasarea amplitudinii câmpului rezultant se face cu o viteză unghiulară dependentă de timp. Acest câmp magnetic se numește câmp magnetic învîrtitor de formăoarecare.

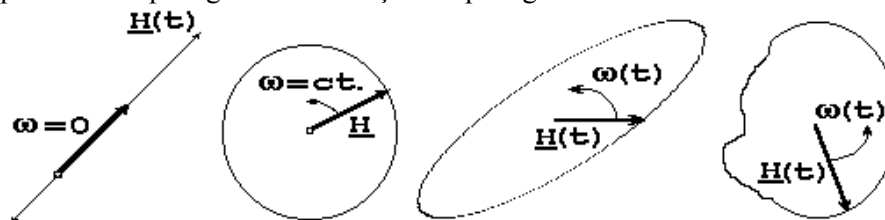


Fig. 4.9. Tipuri de câmpuri magnetice.

În figura 4.9 sunt reprezentate cele patru tipuri de câmpuri magnetice: alternativ, circular, eliptic, variabil în timp ca amplitudine și viteză de rotație după o lege oarecare. Mărimile $\omega(t)$ și $H(t)$ reprezintă viteza unghiulară și amplitudinea câmpului în funcție de timp.

4.2. TEORIA ÎNFĂȘURĂRILOR MAȘINILOR DE CURENT ALTERNATIV

În teoria generală a înfășurărilor se va considera o repartiție sinusoidală a câmpului magnetic pe pasul polar (când unda câmpului magnetic are o repartiție nesinusoidală se ia în considerare armonica fundamentală).

După modul de execuție, înfășurările pot fi realizate concentrat sau repartizat. Înfășurările *concentrate* se folosesc ca înfășurări de excitație la mașinile cu poli aparenti (proeminenți). Înfășurările *repartizate* sunt executate din conductoare dispuse în creștături și pot fi înfășurări de excitație dacă produc câmpuri magnetice inductoare sau înfășurări ale indusului dacă la bornele lor se culeg tensiuni induse.

Elementul de bază al înfășurărilor de curent alternativ este **bobina** caracterizată prin deschiderea ei (distanța dintre latura de ducere și latura de întoarcere) notată cu y (**pasul înfășurării**) și care are valoare foarte apropiată de **pasul polar** τ .

Înfășurările de curent alternativ pot fi *într-un strat* (într-o creștătură se găsește o singură latură de bobină) și în *două straturi* (într-o creștătură se găsesc două laturi, una de ducere și alta de întoarcere, aparținând aceleiași faze sau la faze diferite).

La deplasarea creștăturilor în raport cu un câmp magnetic repartizat sinusoidal, tensiunile electromotoare induse în conductoare variază sinusoidal în timp și sunt defazate între ele cu același unghi electric:

$$\alpha = p \frac{360^\circ}{Z} . \quad (4.39)$$

La reprezentarea în planul complex, fazorii t.e.m. induse în conductoare formează *steaua tensiunilor* electromotoare. În dreptul fiecărei raze a stelei se scrie numărul creștăturii repartizate conductorului în care se induce tensiunea electromotoare.

La înfășurările într-un strat, în steaua tensiunilor apar toți fazorii corespunzători laturilor de ducere și întoarcere a bobinelor, iar la înfășurările în două straturi sunt reprezentați numai fazorii corespunzători laturilor de ducere. Poziția fazorilor corespunzători laturilor de întoarcere la înfășurările în două straturi se deduce prin calcul folosind pasul înfășurării.

Dacă mașina este multipolară la periferia acesteia pot exista conductoare plasate în aceleași condiții de câmp magnetic, deci în ele să se inducă tensiuni sinfazice ($Z/p = \text{număr întreg}$). În această situație fazorii corespunzători se suprapun, iar în caz contrar între doi fazori consecutivi se interpun raze corespunzătoare altor creștături. Se notează cu r numărul de raze al stelei tensiunilor reprezentată în grade electrice.

Numărul t de raze suprapuse în steaua t.e.m. este cel mai mare divizor comun între Z și p . Când $t = 1$ și $p > 1$ numerotarea razelor r în steaua t.e.m. nu urmează ordinea creștăturilor.

Pentru realizarea înfășurării cu m faze trebuie îndeplinită condiția de simetrie:

$$r/m = nr, \text{ întreg} ; \quad r/2m = nr \text{ întreg} , \quad (4.40)$$

pentru înfășurarea în două straturi și respectiv pentru înfășurarea într-un strat.

Gruparea razelor pe fază se face în vederea obținerii tensiunilor maxime și a unei înfășurări simetrice. Ordinea de grupare în bobine a conductoarelor de ducere și de întoarcere plasate în creștăturile stabilite pentru o fază nu are importanță asupra valorii tensiunii ce se obține, respectându-se păstrarea sensului de parcurgere.

Pentru executarea înfășurării, legăturile frontale pot fi realizate în două sau trei etaje când capetele sunt duse în două sau trei suprafețe în spațiu.

Înfășurările de curent alternativ se pot realiza cu bobine egale uniform repartizate sau cu grupe uniform repartizate. La mașinile de mare putere, se realizează înfășurări pentru **miezuri secționabile**.

O mărime importantă ce caracterizează o înfășurare este numărul de creștături pe pol și fază:

$$q = \frac{Z}{2p m} \quad (4.41)$$

Înfășurările se pot realiza cu **q întreg și cu q fracționar**. În executarea înfășurării trebuie satisfăcute condiții de ordin economic și tehnologic legate de consum minim de cupru și materiale electroizolante, rigiditate mecanică și dielectrică, răcire eficientă și pierderi minime.

4.2.1. ÎNFĂȘURĂRI DE CURENT ALTERNATIV MONOFAZATE

Mașinile monofazate au o largă răspândire în acționările pentru uz casnic precum și în acționările industriale de mică putere. Motoarele monofazate pot fi realizate cu înfășurări concentrate dispuse pe miezul poliilor proeminenți și înfășurări repartizate.

Din considerente economice, înfășurările monofazate repartizate se realizează pe statoare de mașini trifazate ocupând două treimi din numărul total de creștături. Restul de o treime de creștături rămân libere sau sunt folosite pentru realizarea unei înfășurări suplimentare de pornire.

Se va studia înfășurarea monofazată în diverse variante constructive pentru $Z=24$ și $2p = 4$. Pasul teoretic al înfășurării este:

$$y = \tau = \frac{Z}{2p} = \frac{24}{4} = 6 \quad (4.42)$$

O variantă constructivă cu bobine decalate este indicată în figura 4.10 -b), în care toate bobinele au aceeași lățime (egală cu pasul diametral) și sunt așezate pe indus decalate cu un unghi α dintre creștături, $\alpha = 2(360^\circ/24) = 30^\circ$ grade electrice. În diagrama fazorială (Fig. 4.10 -a), cu linie punctată au fost reprezentați fazorii corespunzători creștăturilor libere.

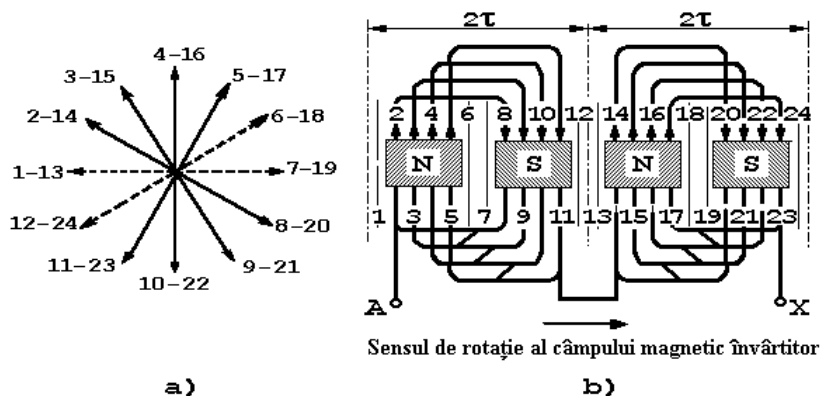


Fig. 4.10. Steaua tensiunilor și înfășurarea monofazată cu bobine decalate.

Pentru a se evita întretăierea capetelor de bobină, aceste capete ar trebui îndoite în planuri diferite ceea ce ar îngreuna execuția. Întretăierea capetelor de bobină poate fi evitată executându-se înfășurările cu grupe de bobine coaxiale, așa cum se arată în figura 4.11

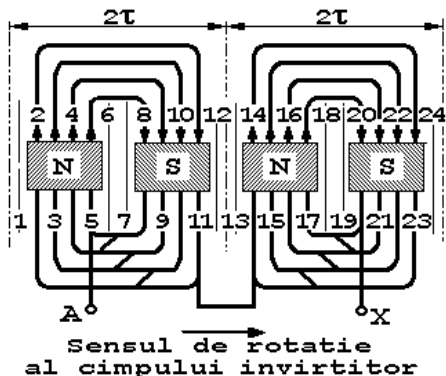


Fig. 4.11. Înfășurare monofazată cu toate bobinele concentrice.

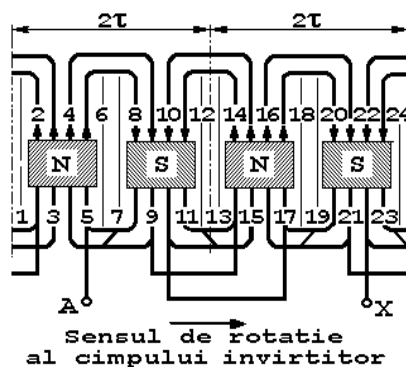


Fig. 4.12. Înfășurare monofazată cu câte două bobine concentrice.

În acest caz se definește un pas mediu al grupeii de bobine, fiecare bobină are un alt pas. Față de schema din figura 4.10 -b) în această schemă se modifică ordinea de conexiune a mănunchiurilor bobinelor. Acest lucru este posibil dacă se studiază steaua tensiunilor din figura 4.10 -a). Deoarece unghiul $\alpha = 30^\circ$, steaua tensiunilor conține 12 fazori. Peste această stea se suprapune a doua stea cu fazori notați de la 13 la 24. Mănunchiurile respective ocupă poziții identice sub a doua pereche de poli. În exemplul dat, numărul de raze suprapuse este $t = 2$, egal cu cel mai mare divizor comun între Z și p . Din examinarea celor două stele de tensiuni ce se suprapun, se observă că toți vectorii situați deasupra orizontalei corespund polilor de o anumită polaritate și reprezintă tensiunile electromotoare induse în grupul de laturi de ducere ale bobinelor corespunzătoare, iar vectorii situați sub orizontală corespund polilor de semn contrar și respectiv tensiunilor electromotoare induse în laturile de întoarcere ale aceluiași grup de bobine.

Pentru prima pereche de poli conectarea mănunchiurilor s-a făcut într-o succesiune: (5 - 8) - (3 - 10) - (2 - 11), iar pentru a doua pereche de poli succesiunea de conectare a mănunchiurilor este (14 - 23) - (15 - 22) - (17 - 20). Realizarea acestei variante constructive este comodă dar necesită un consum mare de cupru pentru legăturile frontale. Pentru reducerea consumului de cupru se recurge la o variantă cu bobine de două dimensiuni conform figurii 4.12 față de varianta din figura 4.11 care are bobine de patru dimensiuni. Lățimea bobinelor este mai mică decât pasul polar τ pentru ambele dimensiuni. Realizarea conexiunilor laturilor de ducere cu cele de întoarcere ține cont de poziția lor în câmpul magnetic.

4.2.2. ÎNFĂȘURĂRI TRIFAZATE ÎNTR-UN STRAT

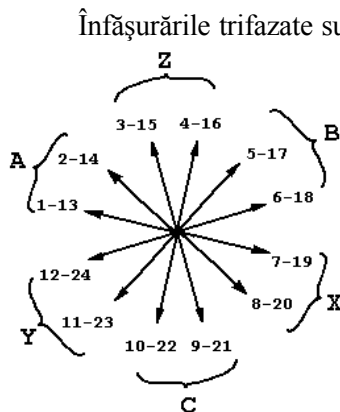


Fig. 4.13. Steaua tensiunilor la o înfășurare trifazată într-un strat.

Dacă se ține cont de această succesiune și de faptul că numărul de creștături pe pol și fază $q = 2$ rezultă steaua tensiunilor electromotoare induse reprezentată în figura 4.13. Conform acestei diagrame fazoriale se poate realiza înfășurarea trifazată într-un strat în mai multe variante. O primă variantă cu bobine coaxiale este reprezentată în figura 4.14.

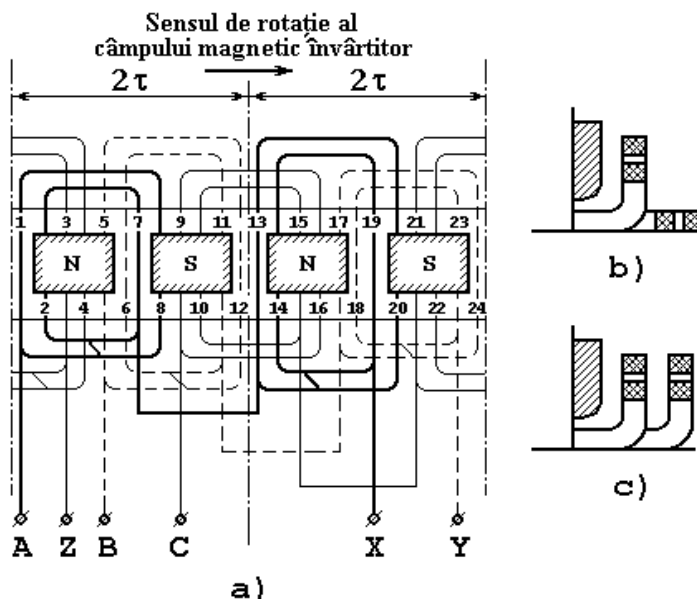


Fig. 4.14. Înfășurare într-un singur strat cu bobine concentrice.

Înfășurările trifazate sunt compuse din trei înfășurări monofazate independente dispuse simetric. Începutul fazei următoare se află decalat la 120° electrice față de prima înfășurare. În această situație pentru obținerea unei înfășurări simetrice este necesară egalitatea numărului de spire pe cele trei faze. Înfășurarea într-un strat se poate realiza dacă numărul de creștături de la periferia armăturii statorice sau rotorice este par. Se exemplifică realizarea înfășurării trifazate într-un strat în diverse variante, pentru următoarele date: $Z = 24$, $2p = 4$, $m = 3$, $q = 2$. Unghiul α , a cărui valoare este dată de relația (4.43), reprezintă unghiul dintre doi fazori corespunzători tensiunilor electromotoare induse în două mănunchiuri dispuse în două creștături.

$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot 2}{24} = 30^\circ \text{ el.} \quad (4.43)$$

Deoarece cel mai mare divizor comun între Z și p este 2 înseamnă că steaua tensiunilor cuprinde 12 fazori și se repetă încă o dată. Se consideră sistemul trifazat direct în care succesiunea fazorilor este A, Z, B, X, C, Y.

Dacă se ține cont de această succesiune și de faptul că numărul de creștături pe pol și fază $q = 2$ rezultă steaua tensiunilor electromotoare induse reprezentată în figura 4.13. Conform acestei diagrame fazoriale se poate realiza înfășurarea trifazată într-un strat în mai multe variante. O primă variantă cu bobine coaxiale este reprezentată în figura 4.14.

Pentru fiecare pereche de poli sunt repartizate bobine de două dimensiuni (unele mai scurte și altele mai lungi) ambele forme având aceeași lățime. Cape-tele frontale ale celor două grupe de bobine sunt îndoit în două planuri (figurile 4.14 - b,c) pentru evitarea întretăierilor acestora. De aceea această înfășurare se numește în două etaje. Modul de conectare a conductoarelor de ducere și întoarcere se face ca și în cazul înfășurării mono-fazate. De exemplu pentru o fază modul de conectare este: A - (1 - 8) - (2 - 7) - (13 - 20) - (14 - 19) - X. Începutul fazei BY se află la 120° electrice față de începutul fazei AX ($4 \times 30^\circ$) deci în creștătura 5, iar începutul fazei CZ în creștătura 9.

Dacă la o pereche de poli corespund trei grupe de bobine, atunci pentru

înfășurarea întregă vor fi $3p$ de astfel de grupe. Când numărul de perechi de poli este par grupele de bobine de două di-mensiuni pot fi împărțite în mod egal încât capetele frontale să fie repartizate în cele două etaje.

Când numărul de perechi de poli este impar, numărul total de bobine pentru o fază este impar, încât capetele de bobină nu pot fi repartizate în întregime în cele două etaje.

Se recurge în această situație la realizarea unei grupe de bobine de formătrapezoidală, cu o latură scurtă și una lungă, iar capetele de bobină se îndoaie de două ori pentru a trece dintr-un etaj în celălalt (Fig. 4.15).

Sensul de rotație al câmpului magnetic învârtitor

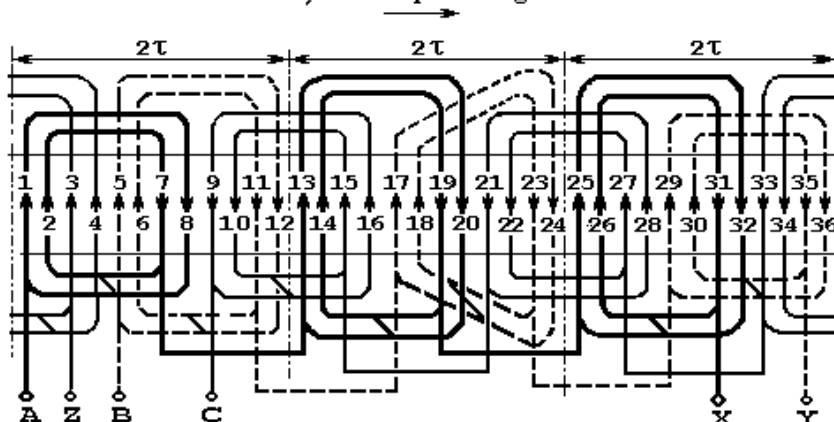


Fig. 4.15. Înfășurare într-un strat în două etaje, cu bobine trapezoidale.

Prezența bobinelor trapezoidale îngreunează execuția înfășurării și nu se recomandă pentru înfășurări cu număr mare de poli. În plus consumul de cupru crește datorită lungimii mari a capetelor de bobină.

Pentru același exemplu numeric se indică o altă variantă cu bobine în trei etaje (Fig. 4.16).

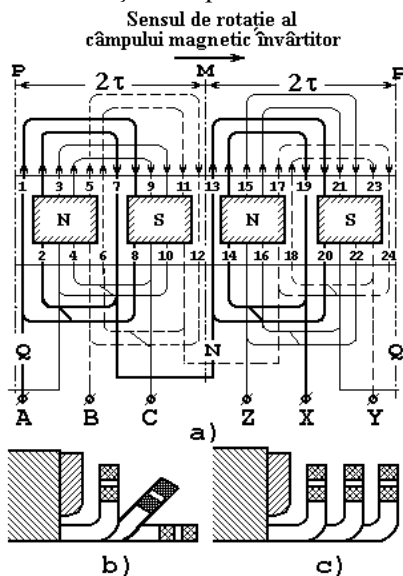


Fig. 4.16. Înfășurare cu bobine în trei etaje.

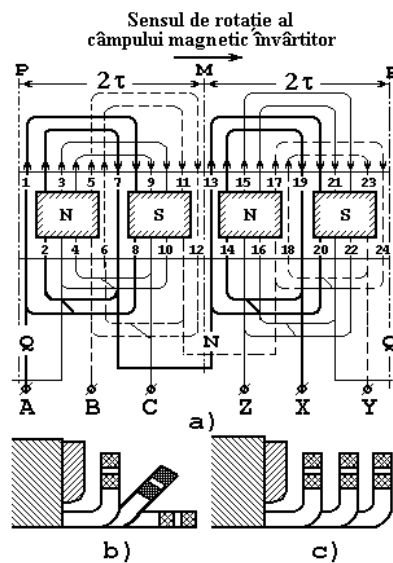


Fig. 4.17. Înfășurare cu posibilitate de secționare pe jumătate.

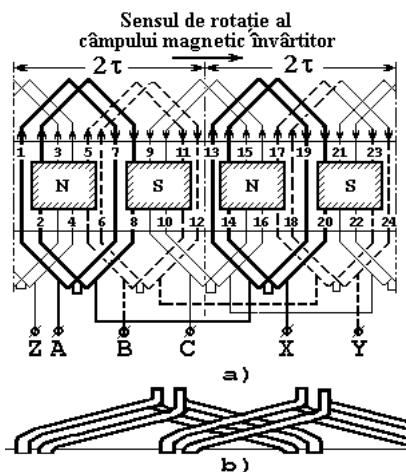


Fig. 4.18. Înfășurare într-un strat cu bobine dispuse în manta.

Această variantă se aplică în cazul înfășurărilor cu număr redus de poli, realizându-se consum minim de cupru pentru capetele de bobină.

În situația în care se urmărește demontarea statorului în două părți egale, în cazul dimensiunilor mari, se recurge la varianta prezentată în figura 4.17. În această figură se observă că demontarea este posibilă pe direcțiile MN și PQ, numai prin desfacerea legăturilor între grupele de bobine. La cele două variante dezavantajul principal se manifestă când este defectă o bobină, repararea acesteia poate fi făcută numai dacă se desfac mai multe bobine vecine, neavariate. În figurile 4.17 - b) și 4.17 - c) este reprezentat modul de îndoire a capetelor de bobine în trei etaje. Pentru a evita întretăierea capetelor de bobină se recurge la realizarea înfășurării cu bobine în manta (Fig. 4.18 -a). Capetele de bobină sunt dispuse în două planuri îndoindu-se în acest scop ca în figura 4.18 -b).

Procedeele acestea de a trata capetele de bobină se aplică și la înfășurările de curent continuu. Acest tip de înfășurare cu bobine egale ușurează mult procesul tehnologic. Înfășurările cu bobine în manta se folosesc foarte des la motoarele asincrone. Dacă bobinele au formă trapezoidală și se realizează după același procedeu se obține o înfășurare *în lanț* care prezintă capete de bobine mai scurte, deci necesită un consum de cupru mai redus.

În comparație cu alte înfășurări acestea se repară cu ușurință deoarece pot fi introduse comod în creștăturile armăturii feromagnetice.

4.2.3. ÎNFĂȘURĂRI TRIFAZATE ÎN DOUĂ STRATURI

Spre deosebire de înfășurările într-un strat, la înfășurările în două straturi, în fiecare creștătură se găsesc câte două mănunchiuri active dispuse suprapus. Cele două mănunchiuri, unul de ducere și altul de întoarcere aparțin aceluiași circuit de fază sau la circuite diferite. Se constată că dispunerea mănunchiurilor este similară înfășurărilor de curent continuu, deci se poate considera că înfășurările în două straturi pot fi obținute din înfășurările de curent continuu.

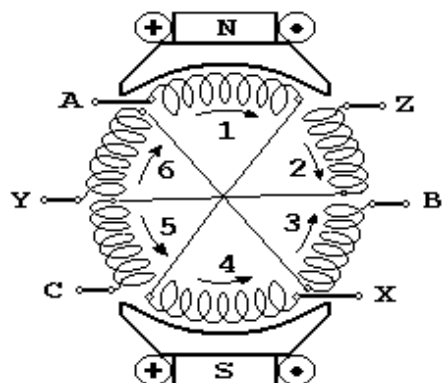


Fig. 4.19. Obținerea înfășurării în două straturi dintr-o înfășurare de curent continuu.

După forma bobinelor, înfășurările trifazate în două straturi se execută în două variante: *buclate și ondulate*. Pentru exemplificare se consideră o mașină bipolară cu o înfășurare de curent continuu închisă. Aceasta se împarte în 6 părți egale marcându-se sensurile tensiunilor electromotoare induse corespunzătoare celor două căi de curent (Fig.4.19).

Dacă se ține cont de succesiunea sistemului trifazat A, Z, B, X, C, Y și se atribuie fiecărui circuit de fază câte două părți, acestea aflându-se sub poli de polaritate opusă se vor inseria în opoziție pentru ca t.e.m. induse să se sumeze conform săgeților.

Dacă mașina este multipolară, înfășurarea se împarte în $2pm$ părți egale, fiecărui circuit de fază revenindu-i câte $2p$ părți care se inseriază după același procedeu ca la mașina bipolară. Înfășurarea trifazată în două straturi își păstrează caracterul buclat sau ondulat al înfășurării de curent continuu.

Înfășurările în două straturi sunt cele mai răspândite pentru avantajele pe care le prezintă în raport cu celelalte înfășurări:

- alegerea valorilor optime pentru solicitările electromagnetice (încărcarea liniară A și inducția în întrefier B_{δ});
- manoperă redusă, economie de cupru și materiale electroizolante;
- alegerea unui pas convenabil pentru ameliorarea formei câmpului și a t.e.m. induse și pentru reducerea pierderilor și a fluxului de dispersie.

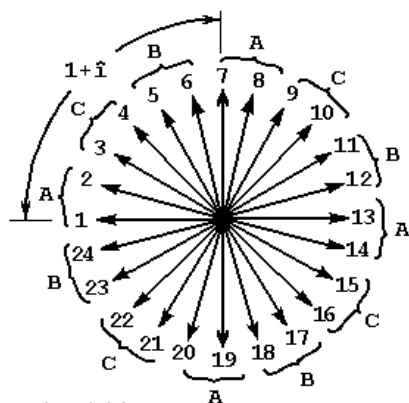


Fig. 4.20. Steaua tensiunilor la o înfășurare buclată în două straturi.

Înfășurările trifazate în două straturi se pot realiza cu **pas diametral sau pas scurtat**, cele din urmă asigurând posibilitatea obținerii unei forme mai apropiate de sinusoidă pentru câmp sau t.e.m. indusă.

În figura 4.20 este reprezentată steaua tensiunilor, în grade geometrice ($\alpha = 360^\circ/24 = 15^\circ$), pentru o înfășurare buclată în două straturi, cu pas scurtat, pentru următoarele date: $Z = 2pmq = 24$, $m = 3$, $2p = 4$, $y = 5/6\tau$. Se face precizarea că în steaua tensiunilor s-au marcat numai fazorii corespunzători mănunchiurilor de ducere iar cei corespunzători mănunchiurilor de întoarcere se determină prin calcul folosindu-se pasul înfășurării egal cu 5 creștături ($y = 5$).

Reprezentarea desfășurată a înfășurării este prezentată în figura 4.21. Pentru faza A - X sunt reprezentate mănunchiurile (1,2) - (7,8) - (13,14) - (19,20) deoarece $q = 2$ (numărul de bobine pe pol și fază). La inserierea bobinelor se ține cont de faptul că grupele de bobine (7,8) și (19,20), aflându-se sub poli de polaritate opusă, trebuie conectate invers (de la sfârșit spre început). În interiorul unei gupe de bobine ce conține două bobine se leagă sfârșitul primei bobine cu începutul bobinei următoare.

Decalajul dintre doi fazorii consecutivi, exprimat în grade electrice, are valoarea de $15^\circ \times p = 30^\circ$, deci începutul fazei B - Y se află la 120° electrice în urma începutului fazei A - X (creștătura 5). Începutul fazei C - Z se va găsi după același raționament în creștătura 9.

Înfășurarea buclată are bobinele perfect egale ceea ce permite așezarea capetelor de bobină perfect simetric, reducându-se consumul de cupru.

Anihilarea armonicilor superioare se realizează eficient prin folosirea înfășurărilor cu q fracționar de creștături pe pol și fază. Datorită solenațiilor diferite la diverși poli, există posibilitatea apariției unor vibrații care pot fi înlăturate prin mărirea întrefierului. Asemenea înfășurări se folosesc la hidrogeneratoare.

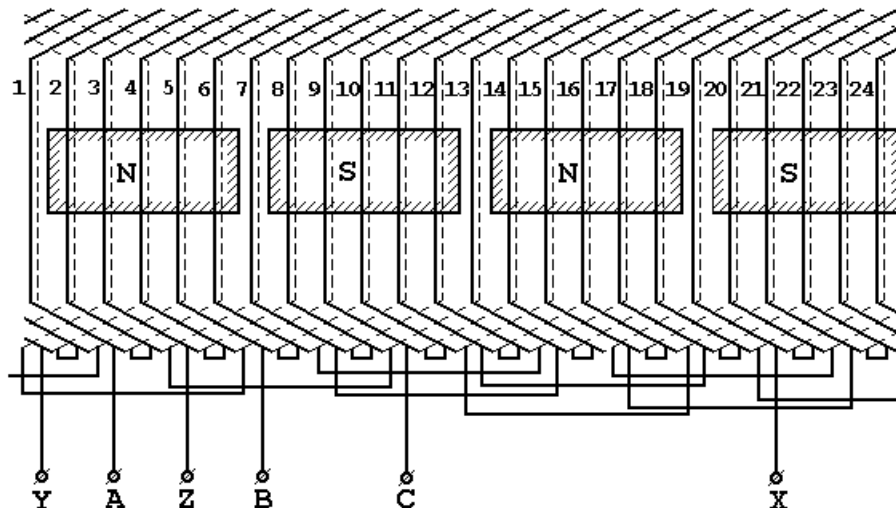


Fig. 4.21. Înfășurare buclată în două straturi, cu pas scurtat.

4.2.4. SOLENAȚIA ÎNFĂȘURĂRILOR REALE DE CURENT ALTERNATIV

Din teoria generală a câmpului magnetic din întrefierul mașinilor electrice, conform capitolului 4.1, rezultă că distribuția solenației unei înfășurări la periferia armăturii este reprezentată de o curbă în trepte (Fig. 4.3). Salturile curbei în trepte corespund creștăturilor în care se află W_b conductoare parcurse de curentul i , valoarea solenației instantanee a unui pol fiind dată de relația:

$$v(\alpha, t) = \frac{1}{2} W_b i = \frac{B(\alpha, t) \cdot \delta}{\mu_0} \quad (4.44)$$

Obținerea curbei rezultante prin sumarea solenațiilor produse de fiecare din bobine este laborioasă. De aceea, pentru determinarea distribuției reale a solenației produsă de o înfășurare de curent alternativ se folosesc metode grafice [2], [33] cum ar fi **metoda Görgeș și metoda integrală**. Aplicarea ambelor metode are la bază reprezentarea desfășurată a înfășurării și repartizarea creștăturilor la fiecare circuit de fază, determinându-se valoarea și sensul curenților prin conductoarele din creștături la momentul considerat.

În cazul diagramei Görgeș se construiesc fazorii paraleli cu fazorii curenților din cele trei faze, obținându-se un poligon închis, iar la metoda integrală se trasează direct graficul solenației produse de înfășurare, pornind de la prima creștătură prin marcarea unor linii verticale în dreptul creștăturilor a căror lungime este proporțională cu valoarea instantanee a curentului prin conductoarele din creștăturile respective. Pentru a ușura procedeul se alege, de exemplu, momentul în care valorile instantanee vor fi: $i_A = I_m$; $i_B = i_C = -I_m/2$, pentru simplificare se vor considera valorile efective corespunzătoare (I respectiv $-I/2$).

Se vor prezenta cele două metode aplicate la cele două înfășurări descrise în capitolul 4.2.2 (Fig. 4.17) și capitolul 4.2.3 (Fig. 4.21).

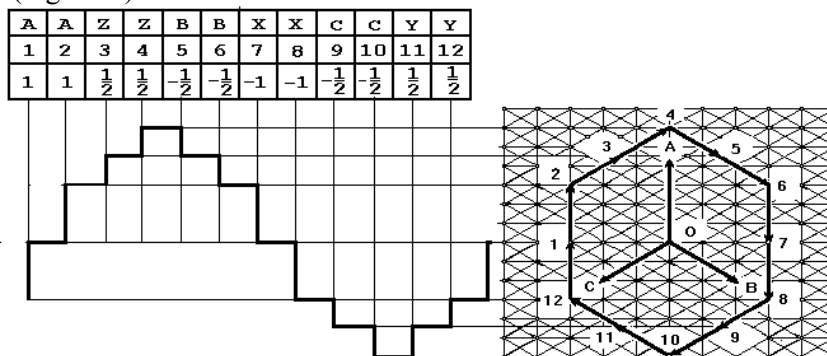


Fig. 4.22. Curba solenației la o înfășurare într-un strat.

În figura 4.22 se reprezintă desfășurată 12 creștături ale înfășurării trifazate într-un strat din figura 4.17 (situația fiind identică și pentru perechea de poli următoare), creștăturile repartizându-se fiecărui circuit de fază, notându-se și valoarea curentului prin cele trei faze. Ținând cont de aceste valori se construiește, prin metoda

Görgeş, poligonul format din fazori paraleli cu fazorii sistemului trifazat conform repartiției creștăturilor pe faze. (Solențiile creștăturilor 1 și 2 sunt reprezentate prin fazori paraleli și în același sens cu fazorul curent A iar cele ale creștăturilor 7 și 8 sunt fazori paraleli și de sens contrar cu același fazor).

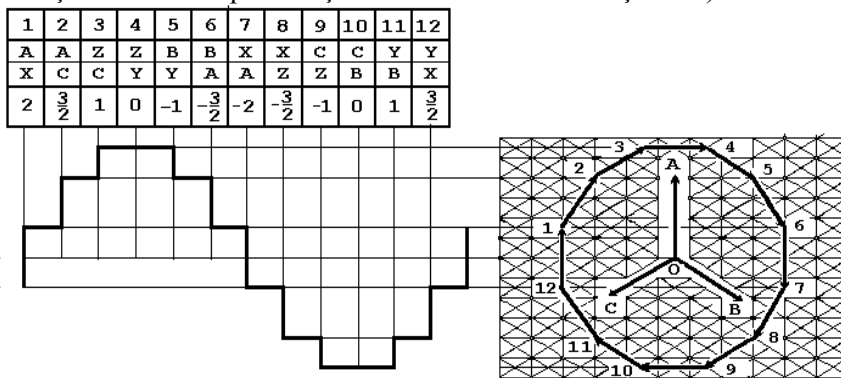


Fig. 4.23. Curba solenației la o înfășurare în două straturi.

Figura 4.23 conține curba desfășurată a solenației și diagrama Görgeş pentru înfășurarea trifazată în două straturi cu pas scurtat reprezentată în figura 4.21. În creștăturile reprezentării desfășurate pentru o pereche de poli s-au indicat fazele cărora le corespund diversele laturi de bobină și valorile curenților ce le parcure la un moment oarecare ca și în cazul anterior. Este evident faptul că laturile bobinelor din stratul superior sunt parcurse în sens contrar în raport cu cele din stratul inferior.

Pentru ambele curbe linia abscisei se stabilește prin respectarea egalității ariilor de sub cei doi poli.

Expresia analitică a solenației reale produse de o înfășurare este influențată de repartizarea înfășurării și de scurtarea pasului acesteia.

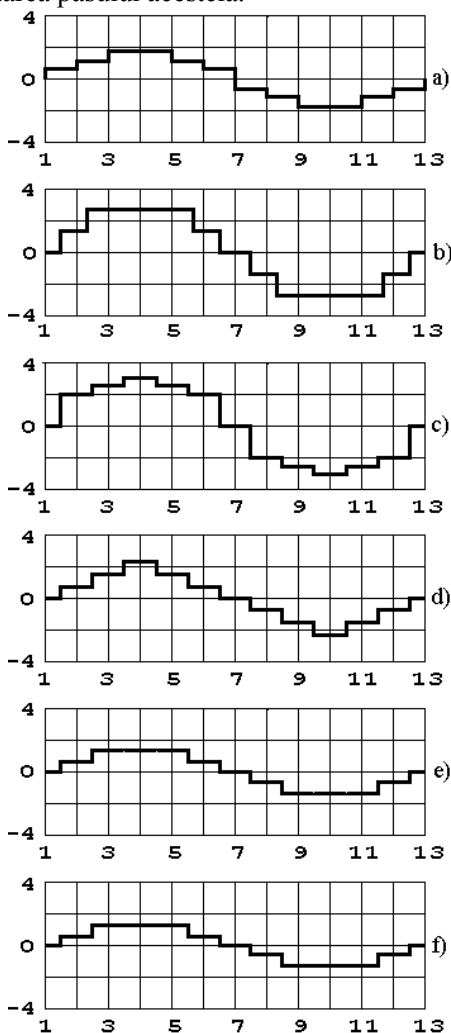


Fig. 4.24. Exemple de forme de solenații pentru tipurile de înfășurări a – f.

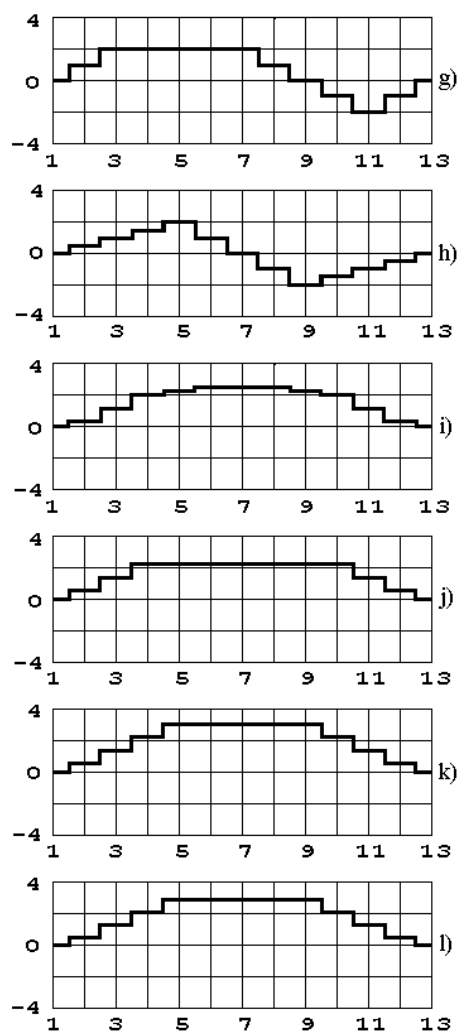


Fig. 4.25. Exemple de forme de solenații pentru tipurile de înfășurări g – l.

În figurile 4.24 și 4.25 sunt reprezentate curbele solenațiilor pentru 12 tipuri de înfășurări realizate pe armături cu câte 24 de creștături.

- înfășurare bifazată într-un strat cu pas diametral ($y=6$), $2p=4$;
- înfășurare bifazată în două straturi cu pasul alungit ($y=8$), $2p=4$;
- înfășurare trifazată într-un strat cu pas diametral ($y=6$) și $2p=4$, alimentată de la o sursă trifazată;
- înfășurare trifazată într-un strat cu pas diametral ($y=6$) și $2p=4$, alimentată de la o sursă bifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas diametral ($y=6$) și $2p=4$, alimentată de la o sursă trifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas diametral ($y=6$) și $2p=4$, alimentată de la o sursă bifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas alungit ($y=8$) și $2p=4$, alimentată de la o sursă trifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas alungit ($y=8$) și $2p=4$, alimentată de la o sursă bifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas diametral ($y=6$) și $2p=2$, alimentată de la o sursă trifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas diametral ($y=6$) și $2p=2$, alimentată de la o sursă bifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas alungit ($y=8$) și $2p=2$, alimentată de la o sursă trifazată;
- înfășurare trifazată în două straturi cu pas alungit ($y=8$) și $2p=2$, alimentată de la o sursă bifazată.

În tabelele VIII.1, 2, 3, 4 sunt prezentate rezultatele analizei spectrale a formelor de undă a solenațiilor pentru cele 12 exemple. S-a făcut analiza armonicilor pentru fiecare variantă până la rangul 7 inclusiv.

Tabelul VIII.1.

tip	a		b		c	
	u.r	%	u.r	%	u.r	%
0	17,62	100	14,1	100	30,0	100
1	15,25	86,53	12,05	85,51	24,6	81,99
3	0,635	3,59	0,066	0,47	2,476	8,25
5	0,516	2,92	0,619	4,39	1,396	4,65
7	0,438	2,48	0,492	3,49	0,87	2,9

Tabelul VIII.2.

tip	d		e		f	
	u.r	%	u.r	%	u.r	%
0	25,00	100	15,00	100	20	100
1	19,65	78,56	12,8	85,26	17,052	85,26
3	2,342	9,4	0,7	0,46	0,094	0,47
5	1,09	4,36	0,657	4,38	0,695	3,475
7	0,733	2,93	0,069	0,46	0,092	0,46

Tabelul VIII.3.

tip	g		h		i	
	u.r	%	u.r	%	u.r	%
0	40	100	40	100	25	100
1	29,5	73,75	25,53	63,82	20,7	82,8
2	7,6	19	6,55	16,37	0	0
3	0,126	0,31	0,09	0,22	0,018	0,07
4	2,185	5,46	1,87	4,67	0	0
5	1,657	4,14	1,49	3,72	0,90	3,6
6	0,125	0,31	0,125	0,31	0	0
7	1,068	2,67	0,86	2,15	0,54	2,16

Tabelul VIII.4.

tip	j		k		l	
	u.r	%	u.r	%	u.r	%
0	30	100	40	100	30	100
1	27,61	92	33,78	84,45	25,334	84,45
3	3,159	10,5	0,048	0,12	0,036	0,12
5	1,214	4	1,439	3,6	1,079	3,6
7	0,728	2,4	0,145	1,82	0,546	1,82

Rezultatele sunt prezentate în funcție de amplitudinea maximă a solenației dată în unități relative și notată în tabel cu rangul 0.

Valoarea armonicilor este dată sub formă de procente din valoarea maximă. La graficele simetrice pe abscisă lipsesc armonicile de ordin par din spectrul de armonici.

În situația în care curba este simetrică față de abscisă, este îndeplinită condiția:

$$v(p, t) = -v(p\alpha + \pi, t) \quad (4.45)$$

La o înfășurare concentrată curba solenației descompusă în serie Fourier are expresia:

$$v(\alpha, t) = (V_{m1} \cos p\alpha + V_{m3} \cos 3p\alpha + V_{m5} \cos 5p\alpha + \dots + V_{mv} \cos vp\alpha + \dots) \cos \omega_1 t \quad (4.46)$$

Amplitudinea se calculează astfel:

$$V_{mv} \cos \omega_1 t = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} v(\alpha, t) \cos v p \alpha \, d p \alpha = \frac{4}{\pi} \frac{W_b I \sqrt{2}}{2v} \sin \frac{v\pi}{2} \cos \omega_1 t . \quad (4.47)$$

Expresia analitică a solenației reale produse de o înfășurare monofazăată concentrată (dispusă numai în două creștături pentru un pol, $q = 1$) devine:

$$v(\alpha, t) = \frac{2 W_b I \sqrt{2}}{\pi} \cos \omega_1 t \left(\cos p \alpha - \frac{1}{3} \cos 3 p \alpha + \frac{1}{5} \cos 5 p \alpha + \dots + \frac{1}{v} \cos v p \alpha \right) . \quad (4.48)$$

Înfășurarea concentrată se folosește la construcția mașinilor de mică putere pentru care forma reală a solenației are o importanță mai mică. La puteri mai mari înfășurările se construiesc cu mai multe creștături pe pol și fază ($q > 1$), pentru repartizarea lor mai judicioasă la periferia armăturii. În felul acesta se obține o distribuție a solenației în întrefier mai apropiată de sinusoidă. Pentru un număr redus de creștături pe pol și fază solenația rezultantă variază după o curbă în trepte dedusă prin sumarea solenațiilor create de bobinele înfășurării.

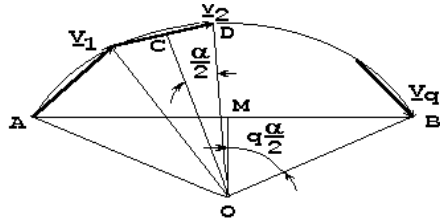


Fig. 4.26. Componerea fazorilor corespunzători t.m.m. a bobinelor dintr-un circuit de fază.

Dacă se adoptă reprezentarea sinusoidelor prin fazori (Fig. 4.26), V_1, V_2, \dots, V_q , decalajați la unghiul α (unul în raport cu altul) valoarea decalajului este dată de relația:

$$\alpha = \frac{360 p}{Z} . \quad (4.49)$$

Considerând fazorii ca laturile unui poligon regulat înscris într-un cerc de rază $R = OA$ atunci amplitudinea fazorului rezultant $V_t = AB$ va fi suma geometrică a tuturor fazorilor ce reprezintă solenațiile bobinelor înseriate pe un circuit de fază:

$$V_t = 2 R \sin \frac{q \alpha}{2} . \quad (4.50)$$

Dacă bobinele ar fi așezate toate într-o creștătură atunci solenația rezultantă ar fi fost $q \cdot V_2 = q \cdot 2CD$, deci suma aritmetică a solenațiilor va fi dată de relația:

$$q V_1 = q \cdot 2 R \sin \frac{\alpha}{2} . \quad (4.51)$$

Coeficientul de repartitie al înfășurării, pentru fundamentală se definește prin raportul definit de relația:

$$k_{b_1} = \frac{V_t}{q V_1} = \frac{\sin \frac{q \alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}} , \quad (4.52)$$

iar pentru armonica de rang v , prin raportul din relația:

$$k_{b_v} = \frac{\sin \frac{v q \alpha}{2}}{q \sin \frac{v \alpha}{2}} . \quad (4.53)$$

La o înfășurare cu m faze unghiul α va avea expresia:

$$\alpha = \frac{2\pi p}{2p m q} = \frac{\pi}{m q} , \quad (4.54)$$

iar coeficienții de repartitie ai înfășurării vor fi:

$$k_{b_v} = \frac{\sin \frac{v \pi}{2m}}{q \sin \frac{v \pi}{2m q}} ; \quad k_{b_1} = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{q \sin \frac{\pi}{2m q}} . \quad (4.55)$$

Pentru anumite armonici superioare, coeficientul de repartitie a înfășurării se reduce simțitor și deci solenația rezultantă se apropie ca formă de sinusoidă. În scopul stabilirii influenței repartitiei înfășurării asupra armonicilor se consideră armonicile de forma:

$$v_d = 2 m q K ; \quad K = 1, 2, 3, \dots , \quad (4.56)$$

încât coeficientul de repartitie pentru aceste armonici este egal cu cel al fundamentalei:

$$k_{b_{v_d}} = \frac{\sin \frac{v_d \pi}{2m}}{q \sin \frac{v_d \pi}{2m q}} = k_{b_1} . \quad (4.57)$$

Armonicile definite prin relația (4.56) se numesc armonici de dantură și sunt determinate de numărul de dinți pe perechea de poli $2mq$. Amplitudinea acestor armonici nu se reduce prin repartitia înfășurării, ele a-

vând o influență importantă pentru valori mici ale lui q . Pentru mărirea ordinului armonicilor de dantură, în scopul reducerii amplitudinilor acestora se utilizează înfășurarea cu q fracționar. Dacă pentru $q = b + c/d$ se ia $K = d$, atunci ordinul armonicilor de dantură se mărește mult:

$$v_d = 2m(bd + c) \pm 1. \quad (4.58)$$

Pentru reducerea amplitudinii armonicilor superioare se folosesc înfășurări cu pas scurtat. Dacă pasul diametral se exprimă prin expresia:

$$\tau = \frac{Z}{2p} = m q, \quad (4.59)$$

și se notează cu β scurtarea pasului, atunci valoarea reală a pasului de execuție devine:

$$y = \beta \tau. \quad (4.60)$$

Valoarea rezultantă a solenației creată de o bobină cu pas scurtat V_y este definită prin relația:

$$V_y = 2 V_\tau \sin \frac{\beta \pi}{2} = 2 V_\tau k_{y_1}. \quad (4.61)$$

Coeficientul de scurtare a pasului pentru fundamentală și o armonică oarecare de rang v are expresia:

$$k_{y_1} = \sin \frac{\beta \pi}{2}; \quad k_{y_v} = \sin \frac{v\beta\pi}{2}. \quad (4.62)$$

Se observă că dacă este satisfăcută relația:

$$\frac{v\beta\pi}{2} = \frac{\pi}{2}(v - K); \quad K = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.63)$$

coeficientul de scurtare a pasului pentru rangul v se anulează, deci armonica de ordin v este complet anihilată. Pentru $K = 1$ scurtarea pasului este în acest caz:

$$\beta = 1 - \frac{1}{v}, \quad (4.64)$$

și în caz concret dacă $\beta = 4/5$ va dispărea din solenația rezultantă armonica de ordinul 5.

Deoarece armonicile de ordinul 3 și multiplul acestora pot fi eliminate prin conexiunea înfășurării trifazate scurtarea pasului trebuie să conducă la diminuarea armonicilor de ordin 5 și 7 care au pondere în solenația rezultantă. În acest scop se alege $\beta = 0,8-0,85$.

La valoarea indicată a scurtării pasului, solenația scade cu 4 % în timp ce lungimea capetelor frontale se reduce cu aproximativ 20 %.

Ca și în cazul repartizării înfășurării se pot determina armonicile pentru care coeficienții de scurtare a pasului au aceeași valoare cu ai fundamentalei din relația:

$$\frac{v \pi \beta}{2} \pm \pi K = \frac{\pi \beta}{2}; \quad K = 1, 2, 3, 4. \quad (4.65)$$

Dacă înfășurarea monofazată are q creștături pe pol și fază și fiecare bobină are W_b spire, atunci va exista relația:

$$q W_b = \frac{W}{p}, \quad (4.66)$$

unde W este numărul total de spire pe fază.

Expresia:

$$v(\alpha, t) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{W}{p} I \cos \omega_1 t \left(k_{w_1} \cos p \alpha - \frac{k_{w_3}}{3} \cos 3 p \alpha + \frac{k_{w_5}}{5} \cos 5 p \alpha + \dots \pm \frac{k_{w_v}}{v} \cos v p \alpha + \dots \right), \quad (4.67)$$

reprezintă relația ce definește solenația reală a unei înfășurări monofazate repartizate cu pas scurtat și se obține prin înmulțirea amplitudinii fiecărei armonici cu valoarea coeficienților de înfășurare respectivi, definiți astfel:

$$k_{w_v} = k_{b_v} k_{y_v}; \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (4.68)$$

În această situație amplitudinea armonicii de rang v se definește astfel:

$$V_{m_v} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{W k_{w_v} I}{p}. \quad (4.69)$$

Valoarea inducției în întrefier produsă de solenația înfășurării rezultă din relația (4.44). Deoarece armăturile sunt prevăzute cu creștături se folosește un întrefier mai mare numit *întrefier echivalent* care se obține prin înmulțirea întrefierului real δ cu coeficientul lui Carter k_δ ($k_\delta = 1,1 \div 1,2$). Pentru a ține cont de influența saturației se amplifică întrefierul cu un coeficient de saturație (supraunitar) definit cu relația:

$$k_\mu = \frac{V_{m1}}{V_\delta}, \quad (4.70)$$

unde V_δ este solenația în întrefier. Inducția în întrefier va avea amplitudinea fundamentalei:

$$B_{\delta_1} = \frac{\mu_0}{\delta k_\delta k_\mu} V_{m1} = \frac{\mu_0}{\delta k_\delta k_\mu} \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{W k_{w_1} I}{p}. \quad (4.71)$$

Relațiile deduse mai sus sunt valabile pentru toate tipurile de înfășurări (într-un strat, în două straturi, cu q întreg sau fracționar, cu o cale sau mai multe căi de curent în paralel).

Expresia analitică a solenației reale produse de o înfășurare trifazată se deduce prin același raționament folosit la deducerea câmpului magnetic învârtitor definit prin relația (4.21).

În acest scop se scriu expresiile solenațiilor create de trei înfășurări monofazate identice dispuse decalat pe o armătură la unghiuri de 120° electrice și alimentate de la un sistem trifazat de tensiuni și curenți (relațiile 4.72).

$$\begin{aligned} v_A(\alpha, t) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{W}{p} I \cos \omega_1 t \left(k_{W1} \cos p \alpha - \frac{k_{W3}}{3} \cos 3 p \alpha + \frac{k_{W5}}{5} \cos 5 p \alpha + \dots \pm \frac{k_{Wv}}{v} \cos v p \alpha + \dots \right); \\ v_B(\alpha, t) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{W}{p} I \cos \left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} \right) \left[k_{W1} \cos \left(p \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{k_{W3}}{3} \cos p \alpha + \frac{k_{W5}}{5} \cos \left(5 p \alpha + \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \right]; \\ v_C(\alpha, t) &= \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{W}{p} I \cos \left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} \right) \left[k_{W1} \cos \left(p \alpha + \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{k_{W3}}{3} \cos 3 p \alpha + \frac{k_{W5}}{5} \cos \left(5 p \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \right]. \end{aligned} \quad (4.72)$$

Prin sumarea acestora se deduce solenația reală rezultantă definită de relația (4.73).

$$v_{rez}(\alpha, t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{W}{p} I \left[\frac{k_{W1}}{1} \cos(\omega_1 t - p \alpha) + \frac{k_{W5}}{5} \cos(\omega_1 t + 5 p \alpha) - \frac{k_{W7}}{7} \cos(\omega_1 t - 7 p \alpha) + \dots \right]. \quad (4.73)$$

Din analiza expresiei analitice a solenației reale rezultante, creată de o înfășurare trifazată simetrică alimentată de la un sistem trifazat simetric de tensiuni și curenți, rezultă următoarele concluzii:

a) Solenația rezultantă nu conține armonicile de ordin 3 și multiplu de 3, acest fapt constituind un avantaj important;

b) Solenațiile de ordin $6K + 1$ ($K = 1, 2, 3..$) se rotesc în spațiu în același sens cu fundamentala, cu vitezele de rotație:

$$n_v = \frac{n_1}{6K + 1}; \quad \left(n_1 = \frac{60 f_1}{p} \right); \quad K = 1, 2, 3, \dots, \quad (4.74)$$

iar solenațiile de ordin $6K - 1$ ($K = 1, 2, 3..$) se rotesc în spațiu în sens invers fundamentalei cu vitezele de rotație:

$$n_v = -\frac{n_1}{6K - 1}; \quad \left(n_1 = \frac{60 f_1}{p} \right); \quad K = 1, 2, 3, \dots. \quad (4.75)$$

c) Amplitudinea solenației fiecărei armonici este egală cu $3/2$ din cea a armonicii de fază.

d) Prezența armonicilor superioare în expresia solenației rezultante se manifestă prin pierderi suplimentare, cupluri parazite și alte fenomene nedorite.

Într-o mașină electrică câmpul magnetic învârtitor se poate obține cu o armătură mobilă prevăzută cu o înfășurare alimentată în curent continuu sau cu magneți permanenți.

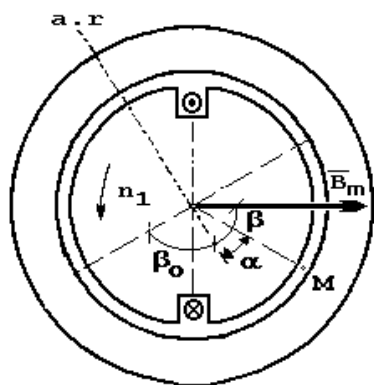


Fig. 4.27. Exemplu de obținere a câmpului magnetic rotitor.

Se consideră o mașină bipolară care este prevăzută pe rotor cu o înfășurare cu 2 poli cu distribuție spațială sinusoidală ce se alimentează în curent continuu (Fig.4.27) și este rotită cu viteza sincronă n_1 dată de relația:

$$n_1 = \frac{\omega_1}{2\pi p} \quad [\text{rot/sec.}].$$

La un moment dat, legea de variație a inducției în întrefier și valoarea unghiului format de axa unui pol nord al rotorului cu axa fixă de referință (a.r) sunt:

$$B(\beta) = B_m \cos p \beta; \quad \beta = \Omega t + \beta_0 = 2\pi n_1 t + \beta_0 = \frac{\omega_1 t}{p} + \beta_0, \quad (4.76)$$

β_0 fiind unghiul inițial al axei de referință.

Într-un punct fix situat în întrefier, identificat prin coordonata α , luată în același sens cu β , se produce un câmp magnetic a cărui inducție are valoarea:

$$B(\alpha, t) = B_m \cos p(\beta - \alpha) = B_m \cos[\omega_1 t - p(\alpha - \beta)]. \quad (4.77)$$

Se observă că această relație are formă similară cu expresia câmpului învârtitor creat de o înfășurare trifazată (relația 4.21).

Această modalitate de obținere a câmpului magnetic învârtitor este întâlnită în cazul mașinilor sincrone cu excitația realizată pe cale electromagnetică sau cu ajutorul magneților permanenți.

Un rol important în realizarea înfășurării îl constituie repartizarea acesteia pe armătura feromagnetică (stator sau rotor).

Pentru deducerea repartizării optime a înfășurării pe armătură se înlocuiește distribuția reală discretă în creștături cu o distribuție continuă (se consideră q tinzând spre infinit), deci poligonul tensiunilor magnetomo-

toare devine un cerc. În această situație conturul poligonal A D B din figura 4.23 este înlocuit cu un arc de cerc AB ca în figura 4.28.

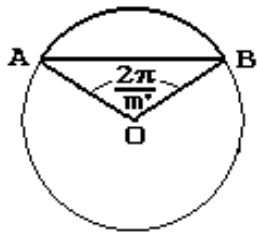


Fig. 4.28. Explicație la definirea coeficientului de repartiție.

Pentru arcul de cerc AB cu unghiul la centru $2\pi/m'$ se definește coeficientul de repartiție a înfășurării ca raportul dintre lungimea corzii AB și lungimea arcului de cerc AB. Dacă se notează cu R raza cercului atunci rezultă pentru coeficientul de repartiție următoarea expresie:

$$k_{b\infty} = \frac{2R \sin \frac{\pi}{m'}}{2R \frac{\pi}{m'}} = \frac{\sin \frac{\pi}{m'}}{\frac{\pi}{m'}} \quad (4.78)$$

Se introduce noțiunea de *zonă de fază* ce reprezintă lungimea arcului de cerc ocupată de o fază în cazul unei armături bipolare iar numărul zonelor de fază se notează cu m' . În figura 4.29 sunt prezentate trei situații:

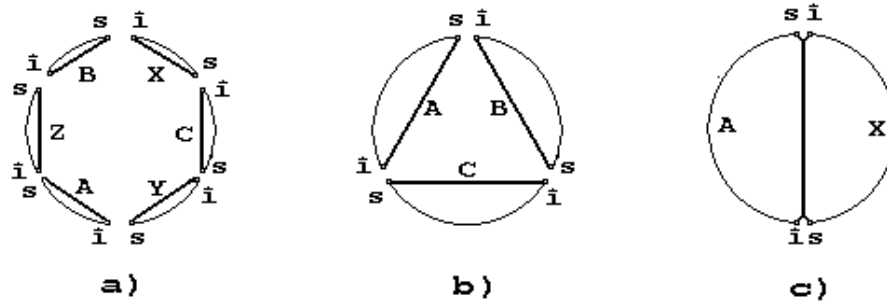


Fig. 4.29. Exemple de zone de fază.

- a) înfășurare trifazată ($m = 3$) cu șase zone de fază ($m' = 6$);
- b) înfășurare trifazată ($m = 3$) cu trei zone de fază ($m' = 3$);
- c) înfășurare monofazată ($m = 1$) cu două zone de fază ($m' = 2$).

Pentru determinarea soluției optime de repartizare a înfășurării pe armătură, se calculează coeficientul de repartiție în cele trei cazuri. Plecând de la faptul că pentru:

$$\begin{aligned} m' = 6; & \quad k_{b\infty} = 6 \sin 30^\circ/\pi = 0.955; \\ m' = 3; & \quad k_{b\infty} = 3 \sin 60^\circ/\pi = 0.827; \\ m' = 2; & \quad k_{b\infty} = 2 \sin 90^\circ/\pi = 0.636, \end{aligned}$$

rezultă că executarea înfășurării trifazate cu șase zone de fază (Fig.4.29, -a) este cea mai avantajoasă întrucât se obține cea mai mare valoare pentru coeficientul de repartiție. În acest caz fiecare circuit de fază se obține prin conectarea în opoziție (sfârșit cu sfârșit) a grupelor de bobine din cele două zone A - X, B - Y și C - Z, decalate între ele cu câte 180° . Înfășurările cu trei zone de fază (Fig.4.29, -b) se folosesc des la modificarea vitezei motoarelor asincrone prin schimbarea numărului de perechi de poli. Înfășurarea monofazată se realizează în principiu prin conectarea în opoziție a celor două zone de fază (Fig.4.29, -c). Valoarea redusă a coeficientului de repartiție, obținută în acest caz, indică o utilizare neeficientă a materialelor active. Pentru eliminarea acestui neajuns, înfășurarea monofazată se realizează din două faze ale înfășurării trifazate cu șase zone la care o treime din numărul total de creștături rămânând libere sau repartizate fazei auxiliare. În acest mod zona de fază a înfășurării este de 120° și se anulează armonicile de rang 3 și multiplu de 3 din curba solenației rezultante.

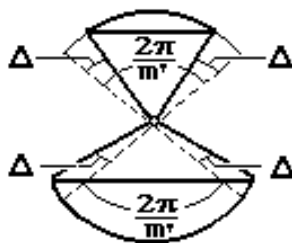


Fig. 4.30. Modificarea zonei de fază.

Pentru anihilarea unor armonici se recurge la lărgirea unor zone de fază și restrângerea altora (figura 4.30). Dacă zona de fază a fost lărgită sub un pol cu 2Δ , iar sub polul de semn contrar se reduce cu 2Δ atunci coeficientul de repartiție al înfășurării pentru fiecare zonă este dat de relația:

$$k_{b_{\infty+\Delta}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m'} + \Delta\right)}{\frac{\pi}{m'} + \Delta}; \quad k_{b_{\infty-\Delta}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m'} - \Delta\right)}{\frac{\pi}{m'} - \Delta} \quad (4.79)$$

Pentru ambele zone de fază rezultă coeficientul de repartiție global având expresia:

$$k_{b_{\infty\Delta}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{m'} + \Delta\right) + \sin\left(\frac{\pi}{m'} - \Delta\right)}{\frac{\pi}{m'} + \Delta + \frac{\pi}{m'} - \Delta} = \frac{\sin \frac{\pi}{m'}}{\frac{\pi}{m'}} \cos \Delta, \quad (4.80)$$

adică:

$$k_{b_{\Delta}} = k_{b_{\infty}} \cos \Delta = k_{b_{\infty}} \sin \frac{\pi}{2} \beta_{\Delta}; \quad \text{unde } 2\Delta = \pi(-\beta \Delta). \quad (4.81)$$

Lărgirea zonei de fază are același efect ca și scurtarea pasului cu valoarea $\beta = \beta_{\Delta}$. Acest fapt conduce la ideea realizării înfășurărilor cu q fracționar, utilizate frecvent la statoarele hidrogeneratoarelor și la rotoarele motoarelor asincrone și în general la mașinile cu număr mare de perechi de poli.

4.2.5. T.E.M. INDUSĂ ÎNTR-O ÎNFĂȘURARE DE CURENT ALTERNATIV

Tensiunea electromotoare indusă într-o înfășurare de curent alternativ este o funcție periodică definită prin frecvență, mărime și forma curbei de variație în timp. În situația în care lungimea activă a unui conductor activ l și viteza relativă v dintre conductor și câmpul inductor rămân constante, atunci variația în timp a t.e.m. induse în conductor este aceeași ca și variația în spațiu a inducției magnetice în întrefier. În mod frecvent modul de variație al inducției în întrefier se face după o curbă a cărei formă se apropie de un trapez (Fig. 4.31).

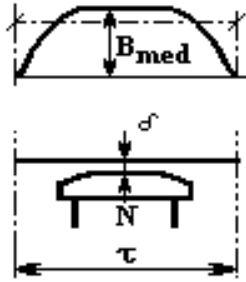


Fig. 4.31. Repartiția inducției în întrefier pe un pas polar.

Valoarea medie a t.e.m. induse într-un conductor este dată de relația:

$$E_{C_{med}} = B_{med} l v, \quad (4.82)$$

în care B_{med} este inducția medie în întrefierul δ , de-a lungul unui pas polar τ .

Dacă se ține cont de expresia vitezei relative între conductorul activ și câmpul magnetic:

$$v = \pi D \frac{n}{60} = 2 \pi \tau \frac{n}{60} = 2 f \tau, \quad (4.83)$$

unde s-a notat cu D diametrul indusului, valoarea medie a t.e.m. induse într-un conductor devine:

$$E_{C_{med}} = 2 f \tau l B_{med} = 2 f \Phi. \quad (4.84)$$

Se observă că valoarea medie a t.e.m. induse într-un conductor nu depinde de forma curbei de repartiție a inducției în întrefier.

Valoarea medie a t.e.m. induse într-o spiră este dată de relația:

$$E_{sp_{med}} = 2 E_{C_{med}} = 4 f \Phi, \quad (4.85)$$

iar dacă se ține cont de factorul de formă k_f se determină valoarea efectivă a t.e.m. induse într-o spiră:

$$E_s = 4 K_f f \Phi = 4 \frac{\pi}{2\sqrt{2}} f \Phi = 4,44 f \Phi. \quad (4.86)$$

În situația în care înfășurarea este dispusă concentrat pe un miez feromagnetic t.e.m. induse în spirele W ale înfășurării sunt în fază, deci se adună algebric încât t.e.m. indusă în înfășurare are expresia:

$$E = W E_s = 4,44 W f \Phi. \quad (4.87)$$

Deoarece inducția nu are o repartiție perfect sinusoidală, nici t.e.m. indusă în conductor nu va fi sinusoidală.

Pentru a determina valoarea efectivă a acestei t.e.m. se descompune curba nesinusoidală a inducției în serie Fourier. Fiecărei armonici a inducției îi corespunde câte o armonică a fluxului dată de relațiile:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \tau l B_{med1}; & f_1 &= \frac{p n}{60}; \\ \Phi_3 &= \frac{\tau}{3} l B_{med3}; & f_3 &= \frac{3 p n}{60}; \end{aligned} \quad (4.88)$$

$$\Phi_v = \frac{\tau}{v} l B_{medv}; \quad f_v = \frac{v p n}{60}.$$

În această relație sunt date și valorile frecvențelor corespunzătoare armonicilor superioare ale câmpului magnetic la care numărul polilor este $3 \times 2p, 5 \times 2p, \dots, v \times 2p$.

Valorile efective ale t.e.m. induse într-un conductor de armonicile de flux au expresiile:

$$E_{c1} = 2,22 f_1 \Phi_1 = 2,22 f_1 \tau l B_{med1}; \quad (4.89)$$

$$E_{cv} = 2,22 f_v \Phi_v = 2,22 f_3 \frac{\tau}{v} l B_{medv}.$$

Se poate determina valoarea efectivă a t.e.m. induse (relația 4.90) într-un conductor, cunoscând valorile efective ale armonicilor:

$$E_c = \sqrt{E_{C_1}^2 + E_{C_3}^2 + \dots + E_{C_v}^2} = E_{C_1} \sqrt{1 + \left(\frac{E_{C_3}}{E_{C_1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{E_{C_v}}{E_{C_1}}\right)^2} =$$

$$= 2,22 f_1 \Phi_1 \sqrt{1 + \left(\frac{B_{med_3}}{B_{med_1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B_{med_v}}{B_{med_1}}\right)^2}. \quad (4.90)$$

În această relație, frecvența fundamentalei f_1 poate fi înlocuită cu frecvența f a funcției primitive, iar amplitudinea fundamentalei fluxului se înlocuiește cu valoarea rezultantă a fluxului util Φ dedusă astfel:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_3 + \dots + \Phi_v = \Phi_1 \left(1 + \frac{\Phi_3}{\Phi_1} + \dots + \frac{\Phi_v}{\Phi_1}\right) = \Phi_1 \left(1 + \frac{B_{med_3}}{3 B_{med_1}} + \dots + \frac{B_{med_v}}{v B_{med_1}}\right). \quad (4.91)$$

În urma înlocuirilor rezultă valoarea efectivă a t.e.m. induse într-un conductor:

$$E_c = 2,22 f \Phi \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{B_{med_3}}{B_{med_1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B_{med_v}}{B_{med_1}}\right)^2}}{1 + \frac{B_{med_3}}{3 B_{med_1}} + \dots + \frac{B_{med_v}}{v B_{med_1}}}. \quad (4.92)$$

În această relație se pot înlocui rapoartele dintre valorile medii ale inducțiilor cu rapoartele dintre valorile efective, obținându-se expresia finală pentru t.e.m. indusă într-un conductor, de un flux nesinusoidal:

$$E_c = 2,22 f \Phi \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{B_3}{B_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B_v}{B_1}\right)^2}}{1 + \frac{B_3}{3 B_1} + \dots + \frac{B_v}{v B_1}}. \quad (4.93)$$

Din analiza acestei relații rezultă că armonicile superioare ale inducției magnetice în întrefier influențează într-o măsură bine determinată forma t.e.m. induse într-un conductor și într-o măsură mai mică valoarea efectivă a acestei tensiuni.

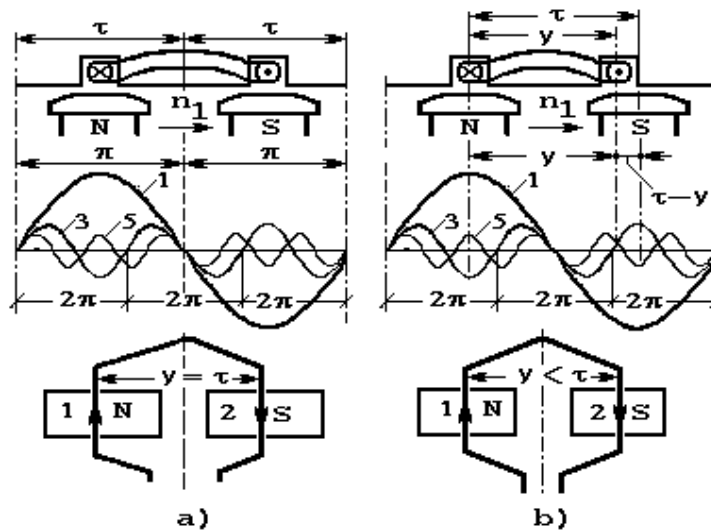


Fig. 4.32. Sumarea tensiunilor electromotoare din laturile unei bobine.

Tensiunea electromotoare indusă într-o spiră a înfășurării se deduce din t.e.m. indusă în conductorul activ și diferă ca mărime și formă, funcție de tipul înfășurării. În figura 4.32 -a) este dată o înfășurare cu pas diametral ($y = \tau$) cu reprezentare de principiu pentru o spiră iar în figura 4.32 -b) este dată o înfășurare cu pas scurtat ($y < \tau$) cu reprezentare de principiu pentru o spiră.

La înfășurarea cu pas diametral, distanța dintre conductoarele active ce constituie latura de ducere respectiv latura de întoarcere a spirei fiind egală cu pasul polar, t.e.m. induse în cele două conductoare sunt în opoziție de fază (Fig. 4.33 -a).

În această situație, t.e.m. indusă în spiră are valoarea dublă a t.e.m. induse într-un conductor, iar în ceea ce privește forma acestei tensiuni, ea este aceeași cu a t.e.m. induse într-un conductor (relația 4.93):

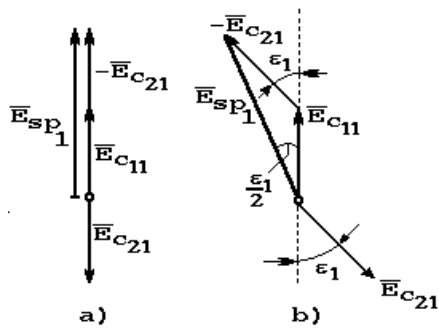


Fig. 4.33. Fazorii corespunzători t.e.m. din laturile unei bobine.

$$E_{sp} = 4,44 f \Phi \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{B_3}{B_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B_v}{B_1}\right)^2}}{1 + \frac{B_3}{3 B_1} + \dots + \frac{B_v}{v B_1}} \quad (4.94)$$

În cazul înfășurării cu pas scurtat conductoarele active ale spirei ocupă poziții diferite în câmpul magnetic, deci t.e.m. induse în aceste conductoare nu mai sunt în opoziție de fază, decalajul fiind $\pi - \epsilon_1$.

Tensiunea electromotoare indusă în spiră se obține prin sumarea geometrică și este decalată față de direcția fazorului E_{c11} cu unghiul $\epsilon_1/2$.

La scurtarea pasului cu valoarea $\tau - y$ corespunde unghiul ϵ_1 , numit *unghi de scurtare a pasului* și a cărei valoare exprimată în radiani este determinată de relația:

$$\epsilon_1 = \frac{\tau - y}{\tau} \pi.$$

Pentru a determina modulul t.e.m. induse într-o spiră se folosește triunghiul isoscel din figura 4.33, -b).

Dacă se proiectează fazorul E_{c11} pe direcția fazorului E_{sp1} atunci modulul t.e.m. induse într-o spiră pentru unda fundamentală are valoarea:

$$E_{sp1} = 2 E_{c11} \cos \frac{\epsilon_1}{2} = 2 E_{c11} \cos \frac{\pi}{2} \frac{\tau - y}{\tau} = 2 E_{c11} K_{y1};$$

$$K_{y1} = \sin \frac{y}{\tau} \frac{\pi}{2} = \sin \beta \frac{\pi}{2}, \quad (4.95)$$

iar pentru o armonică de rang v :

$$E_{sp_v} = 2 E_{c_v} K_{y_v}.$$

Dacă se ține cont de faptul că t.e.m. induse în conductoarele de ducere și de întoarcere ale unei spire sunt egale în modul, se poate renunța la indicii "1" respectiv "2" păstrând numai indicele "c" și rangul armonicii, atunci valoarea efectivă a t.e.m. rezultante induse în spira înfășurării cu pas scurtat este:

$$E_s = 2 \sqrt{(E_{c1} K_{y1})^2 + (E_{c3} K_{y3})^2 + \dots + (E_{c_v} K_{y_v})^2}. \quad (4.96)$$

Prin prelucrarea acestei relații în mod similar cu relația (4.90) și ținând cont de expresia fluxului rezultat (4.91), expresia finală pentru t.e.m. indusă într-o spiră a înfășurării cu pas scurtat devine:

$$E_{sp} = 4,44 f \Phi K_{y1} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{B_3 K_{y3}}{B_1 K_{y1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B_v K_{y_v}}{B_1 K_{y1}}\right)^2}}{1 + \frac{B_3}{3 B_1} + \dots + \frac{B_v}{v B_1}}. \quad (4.97)$$

Deoarece factorul de scurtare a pasului este subunitar, t.e.m. indusă într-o înfășurare cu pas scurtat este mai mică decât la o înfășurare cu pas diametral, în schimb alegerea unei anumite scurtări a pasului poate determina dispariția completă a anumitor armonici sau reducerea sensibilă a acestora ameliorând astfel forma t.e.m. induse.

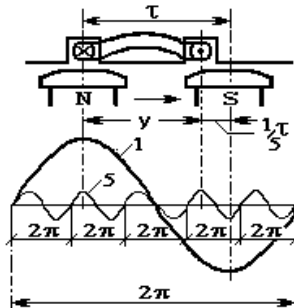


Fig. 4.34. Scurtarea pasului cu 1/5.

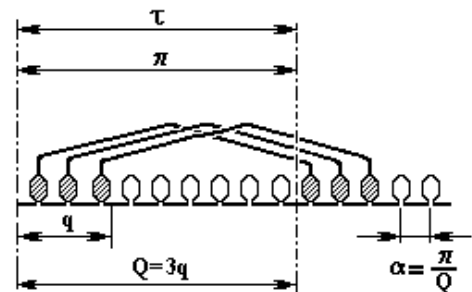


Fig. 4.35. grupa de bobine cu $q = 3$.

De exemplu pentru anularea armonicii de ordinul 5 este necesară scurtarea pasului cu $1/5\tau$ conform relațiilor (4.63) și (4.64). În acest caz, după cum se vede din figura 4.34, în cele două conductoare active ale spirei se induc armonici de rangul 5 ale t.e.m., egale ca mărime și fază dar în spiră ele se anulează având sens contrar. De obicei se adoptă o scurtare a pasului care să reducă simultan amplitudinile armoniilor 5 și 7. În continuare se stabilește influența repartizării înfășurării asupra valorii globale a t.e.m. induse într-un circuit de fază al înfășurării.

șurării. De obicei înfășurările de curent alternativ se realizează cu mai multe creștături pe pol și fază în scopul obținerii unei forme cât mai apropiată de sinusoidă pentru câmpul magnetic.

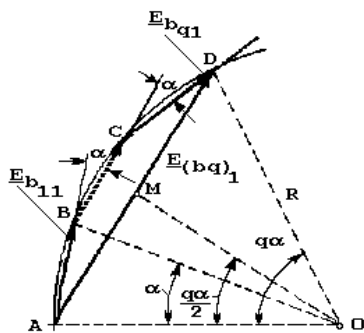


Fig. 4.36. Definierea coeficientului de repartiție.

bobinele înfășurării, se determină valoarea efectivă a t.e.m. induse într-un grup de q bobine înseriate din ΔAOD :

$$AD = 2 OA \sin \frac{q\alpha}{2} = 2R \sin \frac{q\alpha}{2},$$

iar din ΔAOB se determină valoarea efectivă a t.e.m. induse într-o bobină:

$$AB = E_{b11} = 2R \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Se definește coeficientul de repartiție al înfășurării (factor de zonă al înfășurării) conform relației (4.52):

$$k_{b1} = \frac{E_{(bq)1}}{q E_{b11}} = \frac{\sin \frac{q\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Cunoscând coeficienții de repartiție ai diferitelor armonici ale t.e.m. induse în fiecare circuit de fază, se determină valorile efective ale acestora:

$$\begin{aligned} E_1 &= 4,44 f_1 W K_{b1} \Phi_1; \\ E_3 &= 4,44 f_1 W K_{b3} \Phi_3; \\ &\dots\dots\dots \\ E_v &= 4,44 f_1 W K_{bv} \Phi_v. \end{aligned} \quad (4.98)$$

În aceste relații, coeficienții de repartiție ai armonicilor t.e.m. induse de rang v sunt determinați cu ajutorul relației (4.53).

Valoarea efectivă a t.e.m. rezultante induse în spirele unui circuit de fază a înfășurării repartizate cu pas diametral se calculează astfel:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + \dots + E_v^2} = E_1 \sqrt{1 + \left(\frac{E_3}{E_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{E_v}{E_1}\right)^2}. \quad (4.99)$$

Procedând ca și la scurtarea pasului, valoarea efectivă a t.e.m. induse rezultante poate fi pusă sub forma:

$$E = 4,44 W f \Phi K_{b1} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{B_3 K_{b3}}{B_1 K_{b1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B_v K_{bv}}{B_1 K_{b1}}\right)^2}}{1 + \frac{B_3}{3 B_1} + \dots + \frac{B_v}{v B_1}}. \quad (4.100)$$

În cazul cel mai frecvent, înfășurarea este repartizată și cu pas scurtat. În această situație va fi necesar să se țină cont de influența ambilor coeficienți (de scurtarea pasului și de repartiție) asupra t.e.m. induse rezultante, influență concretizată prin *coeficientul de înfășurare*, numit și factor global de înfășurare K_w , definit ca produsul celor doi coeficienți, conform relației (4.69), obținându-se expresia:

$$E = 4,44 K_w W f \Phi. \quad (4.101)$$

În mod practic, la această relație s-a neglijat contribuția armonicilor superioare ale t.e.m. și s-a considerat coeficientul de înfășurare egal cu al fundamentalei. Dacă se ține cont de influența armonicilor superioare se obține pentru t.e.m. indusă într-un circuit de fază valoarea:

$$E = 4,44 W f \Phi K_{w1} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{B_3 K_{w3}}{B_1 K_{w1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B_v K_{wv}}{B_1 K_{w1}}\right)^2}}{1 + \frac{B_3}{3 B_1} + \dots + \frac{B_v}{v B_1}}, \quad (4.102)$$

valabilă pentru toate tipurile de mașini de curent alternativ.

În mod obișnuit se folosește relația (4.101), fără a introduce erori considerabile.

4.3. CALCULUL INDUCTIVITĂȚILOR MAȘINILOR ELECTRICE ROTATIVE

Principalii parametri ai înfășurărilor mașinilor electrice sunt *rezistențele și inductanțele*. Calculul valorii rezistenței se face simplu dacă se determină lungimea și secțiunea materialului conductor al înfășurării. Determinarea inductivităților înfășurărilor dispuse în creștături și cuplate magnetic este mai complicată și recurge la anumite ipoteze de calcul.

În teoria tehnică a mașinilor electrice se definesc inductivități principale sau proprii, mutuale L_{11} , L_{22} , L_{12} , L_{21} și inductivități de dispersie sau de scăpări L_{s1} , L_{s2} , ca și în cazul transformatoarelor.

Inductivitatea principală a înfășurării unei mașini rotative corespunde câmpului magnetic principal al înfășurării unei mașini rotative, repartizat sub orice formă pe pasul polar τ , care traversează întrefierul și înlănțuie înfășurările de pe stator și rotor.

Inductivitatea principală utilă corespunde armonicii fundamentale a câmpului magnetic principal al înfășurării.

Inductivitatea de dispersie a unei înfășurări corespunde câmpului magnetic de scăpări ce înlănțuie spiarele înfășurării considerate, sau parțial și a altor înfășurări.

Prezența câmpului învârtitor în mașinile electrice impune definirea inductivităților ciclice separat de cele ce se referă la faza propriuzisă, întrucât fluxul rezultat învârtitor este de $m/2$ ori mai mare decât fluxul unei singure faze. Inductivitatea ciclică proprie a înfășurării statorului se definește:

$$L_{11} = \frac{W_1 K_{w1} \Phi}{\sqrt{2} I_1}. \quad (4.103)$$

Dacă se ține cont de expresia inducției în întrefier creată de o înfășurare monofazată (4.71) atunci amplitudinea maximă a fundamentalei în cazul înfășurării trifazate va fi dată de relația:

$$B_{\delta m} = \frac{\mu_0}{\delta K_\delta K_\mu} \frac{3 \sqrt{2}}{\pi} \frac{W_1 K_{w1}}{p} I_1,$$

iar valoarea maximă a fluxului înlănțuit de spiarele unei faze statorice va fi:

$$\Phi = \frac{B_{\delta m} D l}{p} = \frac{2}{\pi} B_{\delta m} l \tau = B_{\delta m} l \tau.$$

Rezultă pentru inductivitatea ciclică proprie a înfășurării statorice expresia:

$$L_{11} = \frac{m_1}{\pi} \frac{\mu_0 D l}{\delta K_\delta K_\mu} \left(\frac{W_1 K_{w1}}{p} \right)^2, \quad (4.104)$$

unde m_1 este numărul de faze al înfășurării statorice.

Pentru definirea inductivității ciclice mutuale se ține cont de faptul că în cazul producerii câmpului magnetic învârtitor de către înfășurarea dispusă pe rotor și care are m_2 faze, amplitudinea maximă a fundamentalei câmpului rotitor are expresia:

$$B_{\delta m} = \frac{\mu_0}{\delta K_\delta K_\mu} \frac{m_2 \sqrt{2}}{\pi} \frac{W_2 K_{w2}}{p} I_2. \quad (4.105)$$

În acest caz, inductivitatea ciclică mutuală a unei faze statorice este:

$$L_{12} = \frac{W_1 K_{w1} \Phi}{\sqrt{2} I_2} = \frac{m_2}{\pi} \frac{\mu_0 D l}{\delta K_\delta K_\mu} \frac{W_1 K_{w1}}{p} \frac{W_2 K_{w2}}{p}, \quad (4.106)$$

iar pentru o fază a înfășurării din circuitul rotoric:

$$L_{21} = \frac{W_2 K_{w2} \Phi}{\sqrt{2} I_1} = \frac{m_1}{\pi} \frac{\mu_0 D l}{\delta K_\delta K_\mu} \frac{W_1 K_{w1}}{p} \frac{W_2 K_{w2}}{p}. \quad (4.107)$$

În situația în care numărul fazelor diferă la cele două înfășurări ($m_1 \neq m_2$), valorile inductivităților mutuale ale celor două înfășurări sunt diferite.

Inductivitatea ciclică proprie a înfășurării rotorice este:

$$L_{22} = \frac{m_2}{\pi} \frac{\mu_0 D l}{\delta K_\delta K_\mu} \left(\frac{W_2 K_{W_2}}{p} \right)^2. \quad (4.108)$$

De la teoria câmpului magnetic învârtitor se știe că amplitudinea solenației rezultante produse de cele m faze ale unei înfășurări este de $m/2$ ori mai mare decât amplitudinea solenației create de o singură fază. Deci inductivitățile propriuzise ale fazelor se obțin prin împărțirea celor ciclice prin $m_1/2$ respectiv $m_2/2$:

$$L_{11p} = \frac{2L_{11}}{m_1}; \quad L_{22p} = \frac{2L_{22}}{m_2}. \quad (4.109)$$

Dacă se ține cont că armonica de ordin v are v_p perechi de poli, atunci inductivitățile corespunzătoare armonicilor de spațiu de ordin v se determină prin împărțirea inductivităților corespunzătoare amplitudinilor fundamentale la v^2 :

$$L_{11v} = \frac{L_{11}}{v^2} \left(\frac{K_{W_v}}{K_{W_1}} \right)^2; \quad L_{22v} = \frac{L_{22}}{v^2} \left(\frac{K_{W_v}}{K_{W_2}} \right)^2; \quad L_{12v} = \frac{L_{12}}{v^2} \left(\frac{K_{W_v}}{K_{W_1}} \right)^2. \quad (4.110)$$

Inductivitățile de scăpări corespund fluxurilor de scăpări ale înfășurărilor mașinii, adică fluxurilor ce nu străbat întrefierul și care induc tensiuni electromotoare în înfășurările ce le produc.

Se precizează faptul că inductivitățile de dispersie sunt influențate mult de forma creștăturilor, folosindu-se relații de calcul diferite și se consideră independente de curenții ce produc fluxurile de dispersie, majoritatea traseelor fiind prin aer.

Pentru calculul inductivității de dispersie a unei înfășurări plasate în creștături se ține cont de următoarele componente ale fluxului de scăpări:

- câmpul de scăpări al părților frontale ale înfășurării Φ_f ;
- câmpul de dispersie de la dinte la dinte Φ_d ;
- câmpul de scăpări al creștăturii Φ_{cr} la care liniile se închid de la un perete la altul și prin miezul feromagnetic de la baza creștăturii;

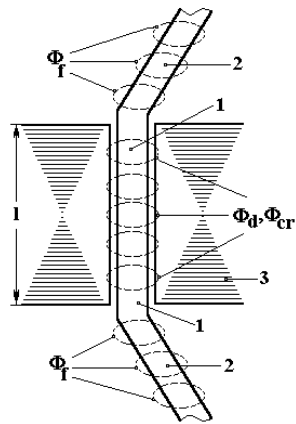


Fig. 4.37. Fluxurile de scăpări ale unei laturi de bobină.

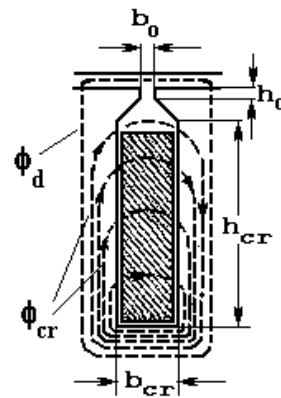


Fig. 4.38. Fluxurile de scăpări la o creștătură și de la un dinte.

În figura 4.37 se prezintă fluxurile de scăpări ale unei laturi de bobină de la o înfășurare statorică sau rotorică (1-latura activă, 2-partea frontală, 3-miezul feromagnetic, l-lungimea reală a pachetului de tole).

Se include de asemenea în câmpul magnetic de scăpări și câmpul magnetic corespunzător diferenței dintre câmpul magnetic real din întrefier și câmpul magnetic corespunzător armoniciei fundamentale a inducției magnetice în întrefier. Câmpurile magnetice de scăpări determinate de această diferență sunt denumite *scăpări diferențiale sau suplimentare*.

Determinarea valorii inductivității de dispersie se face pe baza stabilirii permeanțelor de scăpări pentru componentele câmpului de scăpări enumerate (metoda de calcul fiind laborioasă depășește cadrul acestei lucrări). Se menționează faptul că dimensiunile istmului h_0 și b_0 influențează mărimea fluxului creștăturii. Fluxul de dispersie al creștăturii crește cu mărirea înălțimii creștăturii h_{cr} și micșorarea lățimii acesteia b_{cr} . Dimensiunile menționate sunt marcate pe figura 4.38.

Dacă se definesc permeanțele specifice λ_{cr} , λ_d , λ_f ale fluxurilor de scăpări, raportate la unitatea de lungime a părții active, inductanța de scăpări a unei bobine cu W_b spire este dată de relația:

$$L_{\sigma b} = 2 \cdot l \cdot \mu_0 \cdot W_b^2 \cdot (\lambda_{cr} + \lambda_d + \lambda_f),$$

iar inductanța de scăpări a unei faze cu pq este:

$$L_{\sigma} = pq \cdot L_{\sigma b} = 2 \cdot 1 \cdot \mu_0 \cdot \frac{W^2}{pq} \cdot (\lambda_{cr} + \lambda_d + \lambda_f), \quad (4.112)$$

unde W este numărul de spire pe fază.

Fluxurile de scăpări ale unei înfășurări polifazate nu pot produce un câmp magnetic învârtitor în întregul mașinii.

4.4. GENERALITĂȚI PRIVIND ECUAȚIILE MAȘINILOR DE CURENT ALTERNATIV

4.4.1. CONSIDERAȚII GENERALE

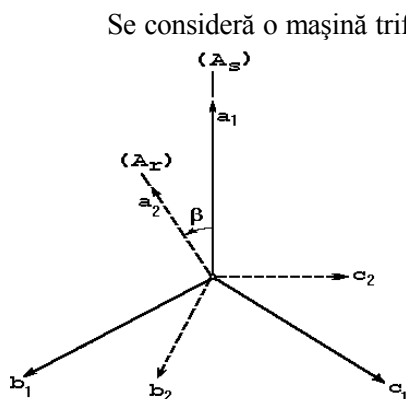


Fig. 4.39. Reprezentarea axelor înfășurărilor trifazate simetrice pentru stator și rotor.

Se consideră o mașină trifazată cu înfășurările dispuse simetric în stator și rotor, poziția celor două înfășurări fiind marcată prin axele acestora, conform figurii 4.39.

Pentru stabilirea relațiilor dintre curenții și tensiunile aplicate înfășurărilor, precum și pentru determinarea ecuației de mișcare, pe baza căreia se poate preciza comportarea mașinii, se adoptă un model de mașină caracterizat prin următoarele elemente de bază:

1. Modelul prezintă simetrie radială;
2. Conversia electromecanică a energiei se produce numai prin variația energiei magnetice;
3. Înfășurările sunt plasate pe stator și pe rotor într-un strat uniform distribuit de grosime infinitesimală;
4. Circuitul magnetic se consideră nesaturat, încât se poate utiliza principiul suprapunerii efectelor, (permeabilitatea magnetică a circuitelor feromagnetice din stator și rotor se consideră infinită în raport cu permeabilitatea aerului).

Poziția rotorului care se rotește cu viteza unghiulară Ω față de stator, este dată de unghiul electric β dintre o axă de referință statorică A_s și o axă solidară cu rotorul A_r . În figură, axele A_s, A_r s-au luat suprapuse axelor fazelor a_1 și a_2 (statorică și rotorică).

Asociind sensurile pozitive corespunzătoare receptorului, pentru fazele curenți $s\lambda$ și $r\lambda'$ se pot stabili relațiile:

$$u_{s\lambda} = R_s i_{s\lambda} + \frac{d\psi_{s\lambda}}{dt}; \quad u_{r\lambda} = R_r i_{r\lambda} + \frac{d\psi_{r\lambda}}{dt}, \quad (4.113)$$

în care indicii au semnificația: $s\lambda = a_1, b_1, c_1$ și respectiv: $r\lambda = a_2, b_2, c_2$.

În relația (4.113), $u_{s\lambda}, u_{r\lambda}, i_{s\lambda}, i_{r\lambda}$ sunt tensiunile la bornele înfășurărilor și curenții ce le parcurg; R_s, R_r – rezistențele electrice ale înfășurărilor; $\psi_{s\lambda}, \psi_{r\lambda}$ – fluxurile totale formate din fluxurile principale și de dispersie. Fluxurile principale se pot exprima funcție de curenți și inductivitățile mutuale principale.

La relațiile (4.113) se adaugă *ecuația de mișcare* (4.114) în care M este cuplul electromagnetice, M_m – cuplul mecanic la arbore, iar J momentul de inerție al maselor în rotație:

$$M + M_m = J \frac{d\Omega}{dt} = J \frac{1}{p} \frac{d^2\beta}{dt^2}, \quad (4.114)$$

pentru M și M_m considerate pozitive în sensul rotației.

Cuplul electromagnetice rezultă din teoria forțelor generalizate:

$$M = p \left(\frac{\partial W_m}{\partial \beta} \right)_{i=ct},$$

în care energia magnetică a mașinii se deduce cu ajutorul relației:

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{s\lambda=a_1}^{c_1} \psi_{s\lambda} i_{s\lambda} + \frac{1}{2} \sum_{s\lambda=a_2}^{c_2} \psi_{r\lambda} i_{r\lambda}. \quad (4.115)$$

De remarcat este faptul că inductivitățile mutuale principale dintre două înfășurări și inductivitățile de dispersie, în cazul general, sunt mărimi variabile, dependente de poziția relativă a înfășurărilor și de poziția rotorului față de stator. În consecință, ecuațiile diferențiale (4.113) sunt neliniare ceea ce complică sensibil studiul.

În mod normal, mașinile electrice se execută pe cât posibil simetrice. Prin proiectarea și realizarea judicioasă a înfășurărilor, efectul armonicilor de spațiu din curba inducției magnetice din întrefier se reduce și pe această bază se admite o repartiție sinusoidală pe pasul polar.

Aceasta presupune că înfășurările sunt repartizate sinusoidal, circuitul magnetic este nesaturat și întrefierul mașinii este constant pe pasul polar. În aceste ipoteze, sistemul ecuațiilor (4.113) - (4.115) capătă o formă mai simplă și poate fi ușor integrat. În mod frecvent se apelează la modelul ortogonal cu câte două înfășurări (cu axele magnetice în cuadratură) pe stator și pe rotor.

4.4.2. VECTORUL COMPLEX REPREZENTATIV

Vectorul complex reprezentativ (fazorul reprezentativ) este o mărime de calcul introdusă pentru a simplifica analiza unor procese complexe din sistemele de acționare cu mașini electrice de curent alternativ, de exemplu sisteme de reglare cu orientare după câmp [23].

Se consideră o mașină trifazată simetrică cu axele fazelor statorice respectiv rotorice a, b, c (se renunță la indici) dispuse la $2\pi/3$ radiani electrici (Fig. 4.40) și fie y_a, y_b, y_c niște mărimi scalare variabile oricum în timp, astfel încât:

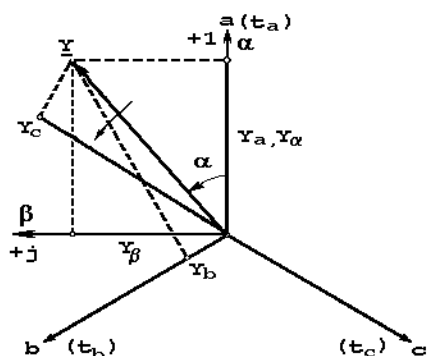


Fig. 4.40. Fazorul reprezentativ figurat în planul complex.

$$y_a + y_b + y_c = 0; \quad (4.116)$$

ele pot fi curenții, fluxurile, tensiunile, aferente fazelor corespunzătoare [9]. Se consideră trei axe, t_a, t_b, t_c , rotite cu $2\pi/3$ în sens trigonometric și se asociază sistemului axelor un plan complex a cărui axă reală coincide cu axa t_a .

Se definește vectorul complex reprezentativ:

$$\underline{y} = \frac{2}{3} (y_a + ay_b + a^2 y_c), \quad (4.117)$$

unde:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}.$$

Proiecțiile fazorului reprezentativ pe cele trei axe, determină valorile momentane y_a, y_b, y_c . Deoarece axa t_a coincide cu axa reală, rezultă:

$$y_a = \text{Re}(\underline{y}) = \frac{2}{3} \text{Re} \left[y_a + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) y_b + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) y_c \right], \quad (4.118)$$

și ținând cont de relația (4.116) se deduce că:

$$\text{Re}(\underline{y}) = y_a. \quad (4.119)$$

De asemenea se observă simplu că proiecțiile lui \underline{y} pe axele t_b, t_c , determină pe y_b, y_c . În consecință, la mărimi date y_i ($i = a, b, c$), astfel încât să respecte relația (4.116), se poate defini conform (4.117) în planul complex ales, vectorul complex și reciproc, cunoscând vectorul complex reprezentativ se pot determina mărimile de fază. La o variație oarecare în timp a mărimilor y_i , vectorul are o amplitudine variabilă și o viteză de rotație de asemenea variabilă față de axele considerate.

Dacă se păstrează cele două sisteme de axe (a, b, c), (t_a, t_b, t_c) suprapuse și se reprezintă câmpul rotitor din întrefier printr-un vector reprezentativ atunci vectorul reprezentativ are atât caracter de vector (fazor) temporal cât și spațial, numindu-se în acest caz *vector (fazor) reprezentativ spațiotemporal*.

Dacă mărimile y_i variază sinusoidal în timp și formează un sistem trifazat simetric de forma:

$$\begin{aligned} y_a &= Y \cos(\omega t + \varphi_a); \\ y_b &= Y \cos\left(\omega t + \varphi_a - \frac{2\pi}{3}\right); \\ y_c &= Y \cos\left(\omega t + \varphi_a - \frac{4\pi}{3}\right), \end{aligned} \quad (4.120)$$

înlocuind în relația (4.117) rezultă:

$$\underline{y} = Y [\cos(\omega t + \varphi_a) + j \sin(\omega t + \varphi_a)] = Y e^{j(\omega t + \varphi_a)} = y_a = \underline{Y}_a e^{j\omega t}. \quad (4.121)$$

În acest caz particular, vectorul reprezentativ are o amplitudine constantă și se rotește cu o viteză unghiulară constantă; unda spațială pe care o reprezintă este o undă învîrtoare circulară.

În relația (4.121) $\underline{y}_a, \underline{Y}_a$ sunt respectiv fazorul temporal Fresnel și fazorul în complex simplificat, aferenți mărimii y_a (a cărei axă a fost considerată axa reală a planului complex).

Dacă sistemul trifazat nu este simetric, vectorul complex reprezentativ se stabilește funcție de componentele de succesiune directă și inversă.

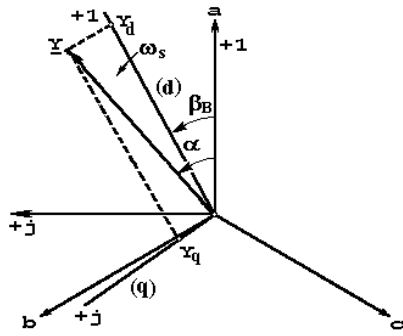


Fig. 4.41. Sistemul de referință $d - q$ învârtitor cu o viteză oarecare.

În reprezentările de mai sus s-a luat ca referință un sistem de coordonate legat de înfășurarea statorică, a cărei axă reală a coincide cu axa fazei a . Uneori în analiza diverselor regimuri de funcționare ale mașinilor electrice, este mai comodă utilizarea unui sistem de coordonate, fie rigid legat de rotor sau de câmpul învârtitor din întrefier, fie în cazul general, rotitor cu o viteză oarecare.

În figura 4.41 se consideră sistemul învârtitor de axe ortogonale d, q , în care axa d se ia drept axa reală și β_B unghiul dintre axele reale ale sistemului de coordonate fixe și a celui care se rotește cu o viteză unghiulară oarecare $\omega_B = d\beta_B/dt$ în sens trigonometric.

Se notează \underline{y} vectorul complex reprezentativ în sistemul fix de coordonate și \underline{y}_B în sistemul mobil.

Dacă α este unghiul de poziție al lui \underline{y} și $(\alpha - \beta_B)$ este unghiul de poziție al lui \underline{y}_B , trecerea vectorului reprezentativ dintr-un sistem de axe în altul se face conform relației:

$$\underline{y}_B = \underline{y} e^{-j\beta_B}. \quad (4.122)$$

În sistemul învârtitor de axe se poate scrie:

$$\underline{y}_B = y_d + j y_q, \quad (4.123)$$

unde y_d, y_q sunt proiecțiile după axele d, q , denumite *componente longitudinale și transversale* ale mărimilor scalare y_a, y_b, y_c . În situația în care aceste mărimi variază sinusoidal în timp cu pulsația ω_1 și formează un sistem trifazat simetric, din relațiile (4.121) și (4.122) rezultă

$$\underline{y}_B = \underline{Y}_a e^{j\omega_1 t} e^{-j\beta_B} = \underline{Y}_a e^{j(\omega_1 t - \beta_B)}. \quad (4.124)$$

Dacă viteza unghiulară a sistemului mobil de axe ω_B este constantă, rezultă $\beta_B = \omega_B t$ și:

$$\underline{y}_B = \underline{Y}_a e^{j(\omega_1 - \omega_B)t}. \quad (4.125)$$

În cazul particular $\omega_B = \omega_1$, în sistemul de axe d, q vectorul complex \underline{y}_B rămâne fix în sistemul de axe d, q , caz utilizat într-o serie de aplicații.

Se constată deci că o mașină cu înfășurări trifazate dispuse pe stator și rotor poate fi tratată, conform relației (4.123), ca o mașină bifazată.

Dacă se înmulțește prima ecuație din (4.113) cu $(2/3)\mathbf{1}$, a doua cu $(2/3)\mathbf{a}$ și a treia cu $(2/3)\mathbf{a}^2$ atât pentru stator cât și pentru rotor iar apoi prin sumare, se obține:

$$\underline{u}_s = R_s \underline{i}_s + \frac{d\Psi_s}{dt}; \quad \underline{u}_r = R_r \underline{i}_r + \frac{d\Psi_r}{dt}, \quad (4.126)$$

punându-se în evidență vectorul complex reprezentativ pentru tensiune, curent flux în stator și rotor. Se face precizarea că pentru rotor s-a considerat sistemul de axe de referință solidar cu rotorul. În studiul mașinilor electrice se folosește un sistem comun de axe pentru mărimile statorice și rotorice utilizând transformarea (4.122), teoria fiind prezentată pe larg în subcapitolul 5.13.